Lycée Condorcet

Calculer une tangente à une courbe : méthode et exercices corrigés

Apprends à calculer une tangente en Première : leçon, exemples chiffrés, exercices corrigés et PDF à imprimer, avec le cas du point extérieur.

Éducation lycée — méthodes, fi

Première

La tangente à une courbe en un point est la droite qui épouse la courbe au voisinage de ce point. En x = a, son équation est y = f'(a)(x - a) + f(a), à condition que f soit dérivable en a.

Cette fiche couvre trois cas : la tangente en un point donné, la tangente depuis un point extérieur, puis la tangente d'un angle dans un triangle rectangle. Le cas le plus délicat est celui du point (1 ; -3) et de la parabole y = x² : deux tangentes sont possibles. L'abscisse du point de contact n'étant pas donnée, on la note a et on la trouve en résolvant une équation.

Calculer une tangente à une courbe : la formule à connaître

La tangente en un point A est la droite qui épouse la courbe au voisinage de A. C'est la *position limite* des droites (AM) quand M se rapproche de A. Cette notion ouvre le chapitre « Nombre dérivé et tangente à une courbe » de Première spécialité mathématiques. Le vocabulaire est précis : l'abscisse a du point de contact, le nombre dérivé f'(a), qui joue le rôle de coefficient directeur, et l'ordonnée à l'origine p de l'équation réduite y = mx + p.

Dans y = f'(a)(x - a) + f(a), le terme f'(a) fixe la pente, le facteur (x - a) place le départ de la droite à l'abscisse a, et f(a) la relève à la hauteur de la courbe. La fonction doit être **dérivable en a**. Une tangente verticale, comme celle de √x en 0, n'a pas de coefficient directeur : son équation est x = a.

À retenir : la tangente en a passe par le point (a ; f(a)) et sa pente vaut f'(a). Si f'(a) n'existe pas, la formule ne s'applique pas.

Méthode pas à pas pour trouver l'équation de la tangente en un point

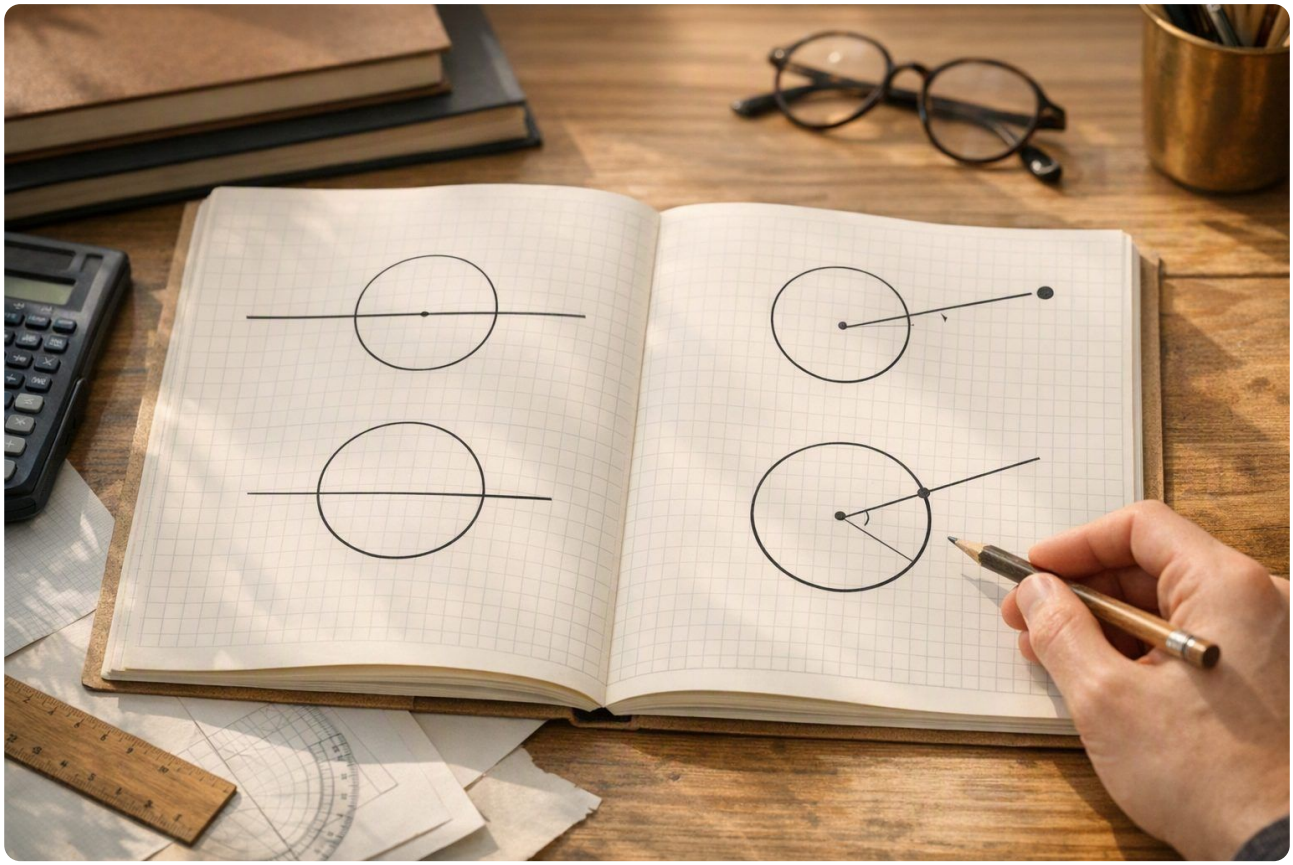
Prenons $f(x) = x^2 - 3x + 1$ au point d'abscisse $a = 2$. Cinq étapes, toujours dans cet ordre.

1. Calcule l'image $f(a)$.
2. Dérive la fonction pour obtenir $f'(x)$.
3. Remplace x par a dans la dérivée : tu obtiens $f'(a)$.
4. Injecte les deux valeurs dans $y = f'(a)(x - a) + f(a)$.
5. Développe jusqu'à la forme réduite $y = mx + p$, puis contrôle en $x = a$.

Ici, $f(2) = 4 - 6 + 1 = -1$: le point de contact est $(2 ; -1)$. Comme $f'(x) = 2x - 3$, on a $f'(2) = 1$. On écrit $y = 1(x - 2) + (-1)$, soit **$y = x - 3$**. Contrôle : pour $x = 2$, on retrouve $y = -1$.

Dans un repère orthonormé, $f'(a)$ est **la pente de la tangente** : une unité vers la droite, et la droite monte de $f'(a)$ unités. À toi de jouer : l'exercice 2 reprend ce calcul avec $f(x) = x^2 + 2x - 5$ en $a = 1$.

Pour aller plus loin : vidéo de Yvan Monka, « Déterminer une équation d'une tangente à une courbe, Première ».



Tangente horizontale, tangente par un point extérieur et tangente à un cercle

Une tangente est horizontale quand f'(a) = 0. Pour f(x) = x² - 4x + 1, la dérivée 2x - 4 s'annule en x = 2, avec f(2) = -3 : la tangente est y = -3.

Le point (1 ; -3) n'est pas sur la parabole y = x², puisque 1² = 1. On garde a inconnu : la tangente en a est y = 2ax - a². Elle passe par (1 ; -3) si -3 = 2a - a², soit a² - 2a - 3 = 0, donc (a - 3)(a + 1) = 0. Les solutions a = 3 et a = -1 donnent **deux tangentes** : y = 6x - 9 et y = -2x - 1. Contrôle en x = 1 : 6 - 9 = -3 et -2 - 1 = -3. Un point situé *sous* la parabole en admet deux, un point situé à l'intérieur n'en admet aucune.

Pour un cercle de centre l'origine et de rayon r, la tangente au point (a ; b) du cercle a pour équation **ax + by = r²**, car a² + b² = r². Avec r = 5 et le point (3 ; 4), on obtient 3x + 4y = 25.

Erreurs fréquentes : oublier le terme f(a), confondre f'(a) et f(a), calculer f' au mauvais point, écrire x au lieu de (x - a).

Calculer la tangente d'un angle dans un triangle rectangle ou à la calculatrice

Le mot « tangente » recouvre deux notions. La tangente trigonométrique n'est pas une droite mais un rapport : dans un triangle rectangle, tan(α) = côté opposé / côté adjacent. Avec un côté opposé de 3 et un côté adjacent de 4, tan(α) = 0,75. Pour retrouver l'angle, on applique l'arctangente : α = $\tan^{-1}(0{,}75) \approx 36{,}9°$.

Le **mode de la calculatrice** est la principale source d'erreur. En degrés, $\tan^{-1}(0{,}75)$ affiche environ 36,87. En radians, la même saisie affiche environ 0,6435 : bascule alors le mode. Pour une longueur, on isole le côté cherché : opposé = adjacent × tan(α). Avec un côté adjacent de 6 cm et un angle de 35°, tan(35°) ≈ 0,7002, donc le côté opposé mesure environ 4,2 cm.

Comment calcule-t-on la tangente d'un angle ?

Dans un triangle rectangle, divise le côté opposé à l'angle par le côté adjacent. Avec 3 et 4, la tangente vaut 0,75. C'est un rapport, pas une droite.

Comment calculer l'équation de la tangente à une courbe ?

Calcule f(a), dérive pour obtenir f'(x), évalue f'(a), puis applique y = f'(a)(x - a) + f(a). Pour $f(x) = x^2 - 3x + 1$ en a = 2, on trouve y = x - 3.

Comment calculer la tangente d'un angle avec la calculatrice ?

Vérifie d'abord le mode, degrés ou radians selon l'énoncé. Saisis ensuite tan suivi de la mesure : en degrés, tan(35) donne environ 0,7002. Un mauvais mode explique la plupart des résultats absurdes.

Comment calculer l'arc tangente ?

L'arctangente est la réciproque de la tangente : elle retrouve l'angle à partir du rapport. Utilise la touche $\tan^{-1}$ (ou arctan), souvent accessible via 2nde ou Shift. En degrés, arctan(0,75) donne environ 36,9°.

Comment trouver l'équation de la tangente à un cercle ?

Pour un cercle de centre l'origine et de rayon r, la tangente au point (a ; b) est $ax + by = r^2$. Avec r = 5 et le point (3 ; 4), on obtient 3x + 4y = 25. Pour un autre centre, la tangente est perpendiculaire au rayon.

Comment trouver la tangente à une courbe passant par un point ?

Si le point n'est pas sur la courbe, garde a inconnu, écris la tangente en a, puis impose que le point vérifie l'équation. Pour $y = x^2$ depuis (1 ; -3), on résout $a^2 - 2a - 3 = 0$: deux tangentes, $y = 6x - 9$ et $y = -2x - 1$.

C'est quoi la tangente d'une fonction ?

C'est la droite qui touche la courbe en un point en épousant sa direction. Sa pente est le nombre dérivé f'(a). Elle existe si la fonction est dérivable en a.

Continue sur lycee-condorcet.fr

Lycée Condorcet - Document pédagogique