Lycée Condorcet

Dérivée de cosinus : formule, méthode et exemples

Dérivée de cosinus : retiens cos'(x) = -sin(x), avec méthode, pièges fréquents et exemples clairs pour le lycée.

Éducation lycée — méthodes, fi

Mis à jour le 29 avril 2026

La dérivée de cosinus est : pour tout réel x, cos'(x) = -sin(x). La fonction cosinus est dérivable sur ℝ, et cette formule s'applique aussi aux compositions, par exemple (cos(u(x)))' = -u'(x)sin(u(x)).

Tu hésites entre la dérivée de cosinus et celle de sinus au moment d'un contrôle ? C'est un classique en Première et en Terminale. En classe, je vois souvent la même erreur : écrire sin(x) au lieu de -sin(x). Pourtant, la formule se retient bien si on l'associe au tableau des dérivées usuelles et au cercle trigonométrique. Ici, l'objectif est simple : mémoriser la bonne formule, comprendre d'où elle vient, puis l'utiliser sans faute dans les exercices, notamment pour cos(ax+b) et les fonctions composées.

En bref : les réponses rapides

Quelle est la dérivée de cos(2x) ? — On applique la dérivation en chaîne : la dérivée de cos(2x) est -2sin(2x). Le facteur 2 vient de la dérivée de 2x.

Comment retenir rapidement les dérivées de sin et cos ? — Le duo de base est simple : sin'(x)=cos(x) et cos'(x)=-sin(x). Le signe moins n'apparaît que pour le cosinus.

À quoi sert la dérivée du cosinus dans une étude de fonction ? — Elle sert à connaître les intervalles où la fonction augmente ou diminue, puis à dresser un tableau de variations et étudier une tangente.

Quelle différence entre dérivée de cosinus et primitive de cosinus ? — La dérivée de cos(x) vaut -sin(x), alors qu'une primitive de cos(x) est sin(x)+C. Ces deux opérations ne donnent donc pas le même résultat.

Quelle est la dérivée de cosinus ? La formule à connaître tout de suite

La dérivée de cosinus se retient en une ligne : pour tout réel x, on a $\cos'(x) = -\sin(x)$. Autrement dit, la **dérivée de cos(x)** est l'opposé du sinus. Cette **formule de la dérivée** sert ensuite pour $\cos(ax+b)$ ou $\cos(u(x))$ avec les règles usuelles.

La formule centrale est donc :

$$(\cos x)' = -\sin x$$

Elle vaut pour **tous les réels**. La **fonction cosinus** est dérivable sur $\mathbb{R}$. C'est un point de base du **programme de mathématiques** au lycée, en Première puis en Terminale spécialité. Attention au sens précis : $\cos$ est une fonction, tandis que $\cos'(x)$ désigne le nombre dérivé au point x, donc la pente locale de la courbe à cet endroit. La confusion est fréquente. En exercice, on passe souvent trop vite de la fonction à sa *fonction dérivée*. Or ce n'est pas la même écriture, ni le même rôle. Dans le **tableau des dérivées**, cette ligne doit être sue immédiatement, au même titre que $(\sin x)' = \cos x$.

Cette relation s'inscrit dans l'étude conjointe du **cosinus** et du **sinus**, deux fonctions trigonométriques vues au lycée avec leurs variations, leur périodicité et leurs dérivées. Le réflexe utile est simple : si vous voyez $\cos(x)$, vous pensez aussitôt à $-\sin(x)$. Court, mais décisif. Une autre confusion fréquente concerne la primitive : la dérivée de $\cos(x)$ est $-\sin(x)$, alors qu'une primitive de $\cos(x)$ est $\sin(x)+C$. Les signes changent. C'est souvent là que l'erreur s'installe. En pratique, cette formule alimente tout le **tableau dérivée** appris au lycée et prépare les calculs plus complets, par exemple avec une composée. Ainsi, pour $\cos(2x)$, on dérive l'extérieur puis l'intérieur, ce qui donne $-2\sin(2x)$. Et pour $-\cos(x)$, on obtient $\sin(x)$.

> **À retenir**
> La formule clé est $\cos'(x) = -\sin(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$. Deux variantes immédiates à savoir refaire sans hésiter : $(\cos(2x))' = -2\sin(2x)$ et $(-\cos(x))' = \sin(x)$.

Pourquoi la dérivée de cos(x) vaut $-\sin(x)$? Comprendre sans se noyer dans la démonstration

La dérivée de $\cos(x)$ vaut $-\sin(x)$ parce que, quand x varie très peu, le **taux de variation** de cosinus tend vers l'opposé de la valeur du sinus au même point. Autrement dit, la pente de la **courbe représentative** de $\cos$ en un point est donnée par $-\sin(x)$, ce qui explique la formule et aide à la mémoriser durablement.

La base de la leçon tient dans la définition de la dérivée. On regarde la **limite** du quotient

$$\frac{\cos(x+h)-\cos(x)}{h}$$

quand h tend vers 0. Ce quotient mesure un *taux de variation* très local : il compare la variation de la fonction à une variation minuscule de la variable. La **démonstration dérivée cosinus** complète utilise des identités trigonométriques et deux limites classiques, notamment $\lim\limits_{h \to 0}\frac{\sin(h)}{h}=1$. Au lycée, vous n'avez pas toujours à la refaire en entier. En revanche, comprendre ce que signifie cette limite change tout : la dérivée n'est pas une formule tombée du ciel, c'est la pente instantanée de la **courbe représentative** de la fonction. C'est exactement ce lien entre calcul et lecture graphique qui est attendu en Première puis en Terminale.

Le **cercle trigonométrique** aide beaucoup à donner du sens au signe moins. Sur ce cercle, $\cos(x)$ correspond à l'abscisse du point, tandis que la **fonction sinus** donne son ordonnée. Quand l'angle part de 0, le point est en $(1,0)$. À cet instant, $\cos(x)$ est maximal, donc sa pente vaut 0. Puis, dès que l'angle augmente un peu, l'abscisse diminue : la fonction cosinus commence à décroître. Sa dérivée devient donc négative. Or, près de 0, on a $\sin(x)>0$, donc $-\sin(x)<0$. Le signe est alors parfaitement logique. Cette lecture par les **fonctions sinus et cosinus** évite un apprentissage purement mécanique. Elle montre aussi l'alternance des variations : quand $\sin(x)$ est positif, $\cos(x)$ décroît ; quand $\sin(x)$ est négatif, $\cos(x)$ croît.

Si vous regardez la **courbe représentative** de $\cos(x)$, le lien devient encore plus net. En $x=0$, la tangente est horizontale, donc $\cos'(0)=0$, ce qui correspond bien à $-\sin(0)=0$. Vers $x=\frac{\pi}{2}$, la courbe descend le plus vite, et comme $\sin(\frac{\pi}{2})=1$, on obtient $\cos'(\frac{\pi}{2})=-1$. À l'inverse, vers $x=\frac{3\pi}{2}$, la courbe remonte fortement, et $-\sin(\frac{3\pi}{2})=1$. La formule colle donc à la géométrie et au graphique. Pour une **démonstration** plus formelle, des ressources comme **Khan Academy** détaillent bien les étapes. Ici, l'objectif reste la compréhension utile en Terminale : relier **limite**, pente, *cercle trigonométrique* et variations réelles de la fonction.

Dérivée de cos(x) - Démonstration — KhanAcademyFrancophone

Le réflexe visuel à retenir sur le cercle trigonométrique

Sur le **cercle trigonométrique**, le **cosinus** d'un angle x représente l'**abscisse** du point associé. Quand l'angle tourne, cette abscisse varie : elle peut augmenter, rester presque stable ou diminuer. La **dérivée** mesure précisément cette variation instantanée, ce qui rend naturel le résultat $(\cos x)' = -\sin x$.

Le bon réflexe consiste à imaginer un point qui se déplace sur le cercle de rayon 1. Son abscisse vaut $\cos(x)$. Or, quand l'angle x augmente un peu, ce point se décale, et l'abscisse ne change pas au hasard : elle suit une vitesse instantanée liée à la position verticale du point. Cette composante verticale est donnée par $\sin(x)$, mais avec un signe opposé, car l'abscisse baisse quand le point monte dans certaines zones du cercle. On obtient donc **naturellement** la dérivée du cosinus : $-\sin(x)$. Ce lien visuel aide à comprendre la formule, et pas seulement à la réciter, ce qui est *très utile* en Première et en Terminale.

Comment dériver cos(u) en exercice : méthode, cas classiques et pièges

Pour **comment dériver cos u** en exercice, on applique la **règle de chaîne** : si $u = u(x)$, alors

$$(\cos(u(x)))' = -u'(x)\sin(u(x)).$$

Cette formule donne aussitôt la **dérivée de cos(2x)**, la dérivée de $\cos(3x+1)$, de $\cos(x^2)$ ou la **dérivée de cos(ax+b)**. Le piège classique reste toujours le même : oublier le facteur $u'(x)$, ou perdre le signe moins.

La méthode bac est très stable. Vous repérez d'abord la **fonction extérieure**, ici le cosinus, puis la fonction intérieure $u(x)$. Ensuite, vous dérivez l'extérieur en gardant l'intérieur inchangé : $\cos$ devient $-\sin$. Enfin, vous multipliez par la dérivée de l'intérieur. C'est exactement la règle de chaîne, indispensable dans les **fonctions trigonométriques**. Ainsi, pour $\cos(2x)$, on pose $u(x) = 2x$, donc $u'(x) = 2$ et

$$(\cos(2x))' = -2\sin(2x).$$

Pour $\cos(3x+1)$, même logique : $u'(x) = 3$, donc

$$(\cos(3x+1))' = -3\sin(3x+1).$$

La **dérivée de cos(ax+b)** se mémorise de la même façon : si $u(x)=ax+b$, alors $u'(x)=a$ et

$$(\cos(ax+b))'=-a\sin(ax+b).$$

La méthode reste valable quand l’intérieur est moins simple. Pour $\cos(x^2)$, on prend $u(x)=x^2$, d’où $u'(x)=2x$, puis

$$(\cos(x^2))'=-2x\sin(x^2).$$

Si un coefficient est placé devant, on le conserve : pour $-4\cos(x)$, on obtient

$$(-4\cos(x))'=4\sin(x),$$

car la constante -4 multiplie toute la dérivée. En revanche, avec $x\cos(x)$, il ne s’agit plus d’une composée mais d’un **produit**. On applique alors

$$(uv)'=u'v+uv',$$

ce qui donne

$$(x\cos(x))'=\cos(x)-x\sin(x).$$

C’est souvent là que l’on mélange tout. La **dérivée de sin** vaut $\cos(x)$, celle de la **tangente** s’écrit $(\tan x)'=1+\tan^2(x)$ sur son domaine, et la **dérivée de arctan** vaut $(\arctan x)'=\frac{1}{1+x^{2}}$. Ces repères évitent les confusions avec le sinus, la **tangente**, l’**arctan**, ou même, hors programme central ici, avec sh et ch.

Expression	Dérivée	Erreur fréquente
$\cos(2x)$	$-2\sin(2x)$	Écrire $-\sin(2x)$ et oublier le 2
$\cos(3x+1)$	$-3\sin(3x+1)$	Supprimer le $+1$ à l’intérieur
$\cos(x^2)$	$-2x\sin(x^2)$	Écrire $-\sin(x^2)$ seulement
$-4\cos(x)$	$4\sin(x)$	Garder le signe $-$
$x\cos(x)$	$\cos(x)-x\sin(x)$	Utiliser la règle de chaîne au lieu du produit

Erreurs fréquentes

> Ne confondez pas dérivée et primitive : la dérivée de $\cos(x)$ est $-\sin(x)$, pas $\sin(x)$. Autre faute classique : écrire $-\cos(x)$ au lieu de $-\sin(x)$. Enfin, dans *comment dériver cos u*, le facteur $u'(x)$ n'est jamais optionnel.

Exemples corrigés rapides à connaître avant un contrôle

La méthode reste toujours la même : on **pose** la fonction intérieure $u(x)$, on calcule $u'(x)$, puis on applique la formule

$$(\cos(u(x)))' = -u'(x)\sin(u(x)).$$

Exemple simple : pour $f(x)=\cos(3x)$, on pose $u(x)=3x$, donc $u'(x)=3$, d'où $f'(x)=-3\sin(3x)$. Autre classique : $g(x)=\cos(x^2)$. On pose $u(x)=x^2$, alors $u'(x)=2x$, donc $g'(x)=-2x\sin(x^2)$. Il faut aller vite, mais sans sauter la composition. C'est souvent là que les points partent.

Voici des formes très fréquentes au lycée. Pour $h(x)=\cos(5x-1)$, on pose $u(x)=5x-1$, donc $u'(x)=5$, puis $h'(x)=-5\sin(5x-1)$. Pour $k(x)=\cos\left(\frac{x}{2}\right)$, on pose $u(x)=\frac{x}{2}$, alors $u'(x)=\frac{1}{2}$, donc $k'(x)=-\frac{1}{2}\sin\left(\frac{x}{2}\right)$. Enfin, combine **produit** et composition avec $m(x)=x\cos(2x)$. On dérive par produit : $m'(x)=1\times\cos(2x)+x\times(\cos(2x))'$. Or $(\cos(2x))'=-2\sin(2x)$. Ainsi, **la dérivée finale** est $m'(x)=\cos(2x)-2x\sin(2x)$. *Rédaction courte, propre, efficace* : c'est exactement ce qu'on attend en contrôle.

Applications au lycée : variations, tangente, étude de fonction et révisions efficaces

Au lycée, la dérivée du cosinus sert surtout à faire une **étude de fonction**, construire une **tangente**, lire un signe et gagner du temps en exercice. Avec $f(x)=\cos(x)$ et $f'(x)=-\sin(x)$, tu passes vite aux **variations de cosinus**, au **tableau de variations** et aux révisions ciblées pour le **baccalauréat**.

En **Première** puis en **Terminale spécialité mathématiques**, la formule $f'(x)=-\sin(x)$ a un usage très concret. Elle permet d'expliquer pourquoi le cosinus descend puis remonte selon l'intervalle choisi. Sur $[0;\pi]$, on sait que $\sin(x)\geq 0$, donc $-\sin(x)\leq 0$. La fonction $\cos$ est donc décroissante sur tout cet intervalle. Sur $[-\pi;0]$, c'est l'inverse : $\sin(x)\leq 0$, donc $-\sin(x)\geq 0$, et $\cos$ y est croissante. Voilà le cœur des **variations de cosinus**. En exercice, tu identifies d'abord l'intervalle, puis le signe de $\sin(x)$, enfin le signe de $f'(x)$. C'est exactement l'attendu des programmes de l'**Éducation nationale** et des ressources **Eduscol** : relier dérivée, signe et sens de variation, sans réciter mécaniquement un tableau.

La dérivée sert aussi à écrire l'équation de la **tangente** à la courbe au point d'abscisse a. Pour $f(x) = \cos(x)$, la pente vaut $f'(a) = -\sin(a)$. L'équation devient donc

$$y = \cos(a) - \sin(a)(x - a).$$

Si $a = 0$, alors $\cos(0) = 1$ et $\sin(0) = 0$, donc la tangente est horizontale : $y = 1$. Si $a = \frac{\pi}{2}$, on obtient $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ et $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$, donc

$$y = -\left(x - \frac{\pi}{2}\right).$$

Ce lien entre nombre dérivé et droite tangente tombe souvent dans les sujets de **révision bac maths**. Il réapparaît aussi dans des fonctions plus riches, par exemple $g(x) = 2\cos(x) + 1$ ou $h(x) = x\cos(x)$, où la dérivée devient un outil de lecture rapide.

Pour réviser efficacement, je conseille une méthode courte et réaliste. Apprends le tableau de base des dérivées, idéalement via un **tableau des dérivées pdf**. Refais ensuite trois exercices types : dériver $\cos(x)$, dresser un **tableau de variations** simple, puis écrire une tangente en un point usuel. Termine par les angles à connaître : 0, $\frac{\pi}{2}$, π, $-\frac{\pi}{2}$. Vérifie à chaque fois les valeurs de $\sin$ et de $\cos$. Les fiches de **fonctions trigonométriques pdf**, les annales et les ressources d'**Eduscol** aident beaucoup, surtout avant le **baccalauréat**. En **CPGE**, on prolonge cette logique sur des études plus fines, mais la base reste la même : comprendre le signe de la dérivée et l'exploiter proprement.

> **Bonus du prof**
> Astuce mnémotechnique : *sin devient cos, cos devient moins sin*. Autrement dit, $(\sin(x))' = \cos(x)$ et $(\cos(x))' = -\sin(x)$. Si ce réflexe est solide, toute l'étude de fonction va plus vite.

Quelle est la dérivée de 2x ?

La dérivée de 2x est 2. En effet, pour une fonction linéaire de la forme ax, la dérivée est simplement a. Ici, le coefficient directeur vaut 2, donc la pente est constante. C'est un cas de base à connaître avant d'aborder des expressions plus complexes, notamment en trigonométrie comme la dérivée de cosinus.

Comment calculer la dérivée d'une fonction ?

Pour calculer la dérivée d'une fonction, j'identifie d'abord sa nature : polynôme, quotient, produit, composée ou fonction trigonométrique. Ensuite, j'applique la règle adaptée : somme, produit, quotient ou chaîne. Il faut aussi connaître les dérivées usuelles, par exemple celle de x^n, de sinus ou la dérivée de cosinus, qui vaut moins sinus.

Comment dériver Arctan ?

La dérivée de arctan(x) est $1 / (1 + x^2)$. Si la fonction est composée, par exemple arctan(u(x)), alors on applique la dérivée en chaîne : $u'(x) / (1 + u(x)^2)$. Cette formule est très utile en Terminale pour traiter des fonctions mêlant rationnel et trigonométrie inverse.

Quelle est la dérivée de TANX ?

La dérivée de tan(x) est $1 / \cos^2(x)$, ce qu'on note aussi $\sec^2(x)$ dans certains ouvrages. On peut la retrouver à partir de $\tan(x) = \sin(x) / \cos(x)$ en utilisant la dérivée du quotient. Il faut bien faire attention aux valeurs interdites, car tan(x) n'est pas définie lorsque cos(x) vaut 0.

Comment calculer la dérivée d'une fonction trigonométrique ?

Pour dériver une fonction trigonométrique, je pars des formules usuelles : la dérivée de sinus est cosinus, la dérivée de cosinus est moins sinus, et la dérivée de tangente est $1 / \cos^2(x)$. Si l'angle est une fonction, comme cos(3x), il faut ajouter la dérivée intérieure avec la règle de la chaîne.

Quelle est la formule de la dérivée ?

La formule générale de la dérivée en un point a est $f'(a) = \lim(h \to 0) [f(a+h) - f(a)] / h$, si cette limite existe. Elle mesure le taux de variation instantané de la fonction. En pratique, on utilise surtout les formules de dérivées usuelles et les règles opératoires pour aller plus vite dans les calculs.

Quelle est la dérivée de x3 ?

La dérivée de x^3 est $3x^2$. On applique la règle de dérivation des puissances : la dérivée de x^n est $n x^{(n-1)}$. Ici, $n = 3$, donc on obtient $3x^2$. Cette règle est fondamentale et sert souvent avec d'autres, par exemple dans des sommes ou des compositions de fonctions.

Comment dérive une fonction sinus ?

Pour dériver une fonction sinus, on utilise la formule de base : la dérivée de sin(x) est cos(x). Si l'expression est plus complexe, comme sin(u(x)), alors la dérivée devient $u'(x)\cdot\cos(u(x))$. J'insiste souvent sur ce point : bien repérer la fonction intérieure évite les erreurs, surtout quand on compare avec la dérivée de cosinus.

À retenir sans hésiter : la dérivée de cosinus est l'opposé du sinus, soit $\cos'(x) = -\sin(x)$. Pour progresser, entraîne-toi sur trois niveaux : la formule seule, les dérivées de type cos(ax+b), puis les exercices où il faut étudier le signe de la dérivée. Si tu mémorises aussi la dérivée de sinus et les règles de composition, tu sécurises une grande partie des questions de dérivation au lycée.

Continue sur lycee-condorcet.fr

Lycée Condorcet - Document pédagogique