Lycée Condorcet

Dérivée exponentielle : règle, méthode et exemples

Apprends la dérivée exponentielle : e^x, e^{u(x)}, x e^x et a^x, avec méthode simple, erreurs fréquentes et vérifications utiles.

Éducation lycée — méthodes, fi

Mis à jour le 29 avril 2026

La dérivée exponentielle suit une règle simple : la dérivée de e^x est e^x. Pour e^{u(x)}, on dérive d'abord u(x), puis on multiplie par e^{u(x)} ; pour x e^x, on utilise le produit, et pour a^x, on obtient a^x ln(a).

Tu hésites entre écrire que la dérivée de e^{2x} vaut e^{2x} ou 2e^{2x} ? C'est une confusion très fréquente en Terminale, et je la retrouve souvent dans les copies. La bonne nouvelle, c'est qu'avec une méthode de choix claire, on évite presque toutes les erreurs. Ici, je te propose une fiche fiable, conforme au programme, pour reconnaître rapidement le bon cas : e^x, e^{u(x)}, produit avec une exponentielle, ou puissance de base a. L'objectif est simple : dériver juste, puis vérifier ton résultat sans te piéger.

En bref : les réponses rapides

Comment reconnaître rapidement s'il faut utiliser la règle de la chaîne avec une exponentielle ? — Il faut utiliser la règle de la chaîne dès que l'exposant n'est pas simplement x. Si vous voyez e^{2x}, e^{x^2} ou e^{3x-1}, vous dérivez l'exposant puis vous multipliez par l'exponentielle.

Pourquoi l'exponentielle aide-t-elle dans un tableau de variations ? — Parce qu'une exponentielle e^{u(x)} est toujours strictement positive. Dans beaucoup d'exercices, elle ne change donc pas le signe de la dérivée et simplifie l'étude des variations.

Quelle différence entre e^x et a^x pour la dérivation ? — La dérivée de e^x est e^x, alors que celle de a^x fait intervenir un facteur supplémentaire dépendant de la base. Au lycée, on insiste surtout sur la simplicité particulière de la base e.

Comment vérifier qu'une dérivée exponentielle est plausible avant de rendre sa copie ? — On peut vérifier si l'exponentielle est toujours présente, si la règle du produit a bien été appliquée quand il y a un facteur devant, et si le signe final est cohérent avec l’étude de variations.

Quelle est la dérivée de l’exponentielle et dans quels cas l’utiliser ?

La règle clé est simple : la dérivée de e^x est e^x. Si l’on a une **exponentielle d’une fonction**, par exemple $e^{u(x)}$, on dérive d’abord u puis on multiplie par $e^{u(x)}$: $(e^{u(x)})' = u'(x)e^{u(x)}$. Cette **dérivée exponentielle** sert ensuite dans les études de signe, les variations, les limites et de nombreux exercices du **baccalauréat**.

Dans le programme de **Terminale**, la **fonction exponentielle** est définie comme l’unique fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ égale à sa propre dérivée et vérifiant $f(0) = 1$. On note cette fonction $x \mapsto e^x$, ou encore $\exp(x)$. Ce rappel suffit pour comprendre sa propriété centrale :

$$\frac{d}{dx}(e^x) = e^x.$$

La **courbe exponentielle** a donc une pente toujours positive, puisque $e^x > 0$ pour tout réel x. En lecture graphique, cela explique pourquoi la **courbe** monte sans jamais couper l’axe des abscisses. En pratique, dès qu’une expression contient $\exp$ ou une puissance de **base** e, tu dois penser à une dérivation spécifique, puis vérifier si une composition ou un produit s’y ajoute.

La confusion la plus fréquente vient du fait que plusieurs formes se ressemblent sans se dériver de la même manière. Pour e^x, rien ne change : la dérivée reste e^x. Pour e^u, avec $u = u(x)$, on applique la dérivation composée : $(e^u)' = u'e^u$. Par exemple, $(e^{3x-1})' = 3e^{3x-1}$ et $(e^{x^{2}})' = 2xe^{x^{2}$. En revanche, pour xe^x, on n’utilise plus seulement la règle de la **dérivée d’une fonction exponentielle** : c’est un produit, donc $(xe^x)' = 1 \times e^x + x \times e^x = (x+1)e^x$. Autre piège utile à lever : a^x, avec $a > 0$ et $a \neq 1$, n’est pas exactement une exponentielle de base e, même si l’on peut écrire $a^x = e^{x\ln(a)}$. Sa dérivée vaut alors $(a^x)' = \ln(a)a^x$.

Cette distinction n’est pas seulement technique. Elle structure tout *tableau de dérivée exponentielle* sérieux. Quand tu étudies une fonction comme $f(x) = e^x - x$, la dérivée $f'(x) = e^x - 1$ permet de construire le tableau de variations. Quand la fonction est $g(x) = (2x-3)e^{-x}$, il faut combiner produit et composée, puis factoriser si possible pour lire le signe. C’est précisément ce que demandent les exercices de spécialité mathématiques : choisir la bonne règle, simplifier proprement, puis interpréter le résultat sur la **courbe**

exponentielle. J'insiste souvent sur ce point en classe : une bonne dérivation se vérifie vite. Si le résultat d'une dérivée de $e^{u(x)}$ ne contient plus l'exponentielle, il y a souvent une erreur. Si le signe final semble incompatible avec la forme de la **fonction exponentielle**, il faut reprendre le calcul.

Comment dériver une expression avec e sans se tromper : la méthode pas à pas

Pour **comment dériver avec e**, commence par repérer la *structure* de l'expression. Si tu as exactement e^{x}, sa dérivée reste e^{x}. Si tu vois $e^{u(x)}$, la dérivée vaut $u'(x)e^{u(x)}$. S'il y a un **produit**, un **quotient** ou une somme autour, tu combines les règles. Le bon réflexe consiste donc à identifier la forme avant tout calcul.

La méthode tient en un mini-arbre de décision, très proche des démarches de **Khan Academy**, **Ellipses**, **Mathématiques.club** ou **Maths-et-tiques** quand ils traitent les dérivées des fonctions exponentielles. Question 1 : as-tu exactement e^{x} ? Alors $({e^{x})'=e^{x}$. Question 2 : as-tu une exponentielle composée, donc $e^{u(x)}$? Alors la **dérivée exponentielle u** vaut

$$(e^{u(x)})' = u'(x)e^{u(x)}.$$

Question 3 : l'exponentielle est-elle incluse dans une somme, un **produit** ou un **quotient** ? Dans ce cas, tu dérives la fonction entière, pas seulement le morceau exponentiel. C'est le point qui fait trébucher beaucoup d'élèves : *dériver l'exponentielle d'une fonction* ne dispense jamais de regarder ce qu'il y a autour.

Prenons des exemples progressifs. Pour e^{2x}, on n'a pas e^{x}, mais bien $e^{u(x)}$ avec $u(x)=2x$. Donc $u'(x)=2$, et la dérivée vaut $2e^{2x}$. Voilà la **dérivée de** e^{2x}. Pour e^{x^{2}, même logique : $u(x)=x^{2}$, donc $u'(x)=2x$, d'où $\left(e^{x^{2}\right)'=2xe^{x^{2}$. Le choix de méthode est ici décisif : si tu écris seulement e^{x^{2}, tu oublies la dérivation de l'exposant. C'est une erreur classique de **calcul dérivée exponentielle**. En revanche, si l'exposant est une constante, par exemple e^{3}, la dérivée vaut 0, car on dérive une constante, non une fonction.

Passons aux expressions plus complètes. Pour $(3x-1)e^{x}$, l'exponentielle n'est qu'un facteur. Il faut donc utiliser la règle du produit :

$$((3x-1)e^{x})' = (3x-1)'e^{x} + (3x-1)(e^{x})' = 3e^{x} + (3x-1)e^{x}.$$

On peut factoriser : $(3+3x-1)e^{x} = (3x+2)e^{x}$. Pour $\frac{e^{x}}{x+1}$, il y a un **quotient**. La bonne règle donne $$\left(\frac{e^{x}{x+1}\right)'=\frac{e^{x}(x+1)-e^{x} {(x+1)^{2}=\frac{xe^{x}{(x+1)^{2}.$$ Ici encore, dériver seulement le numérateur serait faux. Tu dois traiter la fonction entière, parce que la structure globale commande la méthode.

Une vérification rapide évite beaucoup d'erreurs. D'abord, dans une dérivée de type $e^{u(x)}$, le facteur $e^{u(x)}$ doit souvent réapparaître ; son absence doit t'alerter. Ensuite, regarde le signe : si $u'(x)$ est négatif, la dérivée peut l'être aussi, ce qui est cohérent. Enfin, compare la forme initiale et le résultat. Si tu pars de e^{x^{2} et obtiens une dérivée sans x, il y a sans doute un problème. J'insiste souvent sur ce point en Terminale : on ne dérive pas "le e", on dérive une **fonction** complète. Cette habitude de relecture, très utile en révision, sécurise la méthode et limite les fautes de copie.

> **À retenir**
> Repère d'abord la forme : e^x, puis $e^{u(x)}$, puis expression avec somme, produit ou quotient. La structure décide de la règle, et non l'inverse.

Dérivée fct°Exponentielle||exp(x)#codes et secrets. — Le savant ACHI

Le mini-arbre de décision pour choisir la bonne règle

Pour dériver une **exponentielle**, pose d'abord une question simple : *que vois-je exactement ?* Si la fonction est e^x, la règle est immédiate : $(e^x)' = e^x$, par exemple $f(x) = e^x$ donc $f'(x) = e^x$. Si tu lis $e^{u(x)}$, tu appliques la **dérivée exponentielle** composée : $(e^{u(x)})' = u'(x)e^{u(x)}$; ainsi, pour $f(x) = e^{3x-1}$, on obtient $f'(x) = 3e^{3x-1}$. Si l'exponentielle est dans un produit, par exemple $f(x) = x^2e^x$, choisis la règle du produit : $f'(x) = 2xe^x + x^2e^x$. Enfin, si elle apparaît dans un quotient, comme $f(x)=\frac{1}{e^{2x}$, utilise la règle du quotient ou réécris d'abord $f(x) = e^{-2x}$, ce qui donne plus vite $f'(x) = -2e^{-2x}$. **Bon réflexe** : repère toujours la *forme globale* avant de calculer, car la bonne règle dépend de la structure, pas seulement de la présence de e.

Les erreurs fréquentes et contre-exemples qui font perdre des points

Les **erreurs fréquentes dérivée exponentielle** reviennent presque toujours dans les copies : on oublie la dérivée intérieure dans $e^{u(x)}$, on confond e^x et a^x, on efface un produit trop vite, ou l'on traite e^{x^{2} comme

e^x. Les repérer avant l’exercice fait gagner des points, surtout en **Terminale spécialité mathématiques**.

Le piège principal concerne la **règle de la chaîne**. Dès que l’exposant n’est plus simplement x, il faut dériver l’intérieur. Ainsi, écrire $(e^{x^{2})' = e^{x^{2}$ est faux, car l’exposant vaut $u(x) = x^2$. La bonne dérivée est $ (e^{x^{2})' = 2x\,e^{x^{2}$. Même vigilance avec e^{2x+1} : sans parenthèses, certains élèves écrivent $e^{2x} + 1$, puis dérivent mal. Or la fonction est bien $e^{(2x+1)}$, donc $(e^{2x+1})' = 2e^{2x+1}$. Dans une **copie d’élève**, ce type d’oubli coûte vite toute la question, car la méthode n’est plus cohérente. Retenez l’automatisme : si vous voyez $e^{u(x)}$, cherchez aussitôt $u'(x)$. C’est le cœur de la **dérivée de exponentielle u**.

Autre série de **pièges** e^x : les produits et les bases différentes de e. Avec xe^x, beaucoup écrivent $(xe^x)' = e^x$, comme si le facteur x disparaissait. Pourtant, il faut la **règle du produit** :

$$(xe^x)' = 1 \times e^x + x \times e^x = (x+1)e^x.$$

Le produit ne s’efface jamais sans raison. Même confusion avec la **base** a : on croit parfois que $(2^x)' = 2^x$, par imitation de e^x. C’est faux. La formule change dès que la base n’est pas e :

$$(a^x)' = a^x \ln(a).$$

Donc $(2^x)' = 2^x \ln(2)$. Ces **contre-exemples dérivation** sont utiles, car ils montrent une idée simple : la bonne règle dépend de la forme exacte de la fonction, pas d’un souvenir approximatif.

Pour vérifier votre résultat, adoptez trois réflexes de relecture, très efficaces au bac. Si vous dérivez $e^{u(x)}$ et que votre réponse ne contient plus du tout d’exponentielle, il y a souvent une faute. Si vous dérivez une puissance de *base différente* de e, la présence de $\ln(a)$ doit vous alerter. Si un produit comme xe^x disparaît sans trace de somme, méfiance immédiate. En classe, je vois souvent des copies justes dans l’idée mais perdues par automatisme mal réglé. Le bon réflexe n’est pas d’aller vite, mais d’identifier la structure : exponentielle composée, produit, ou exponentielle de base a. Cette lecture préalable évite la plupart des fautes mécaniques.

À retenir

Pour $e^{u(x)}$, la dérivée est $u'(x)e^{u(x)}$. Pour a^x, la dérivée est $a^x \ln(a)$. Pour $u(x)v(x)$, utilisez la règle du produit.

Comment étudier le signe d’une dérivée exponentielle et réussir les exercices type bac

Pour étudier le **signe d’une dérivée exponentielle**, factorise l’exponentielle dès que possible. La raison est simple : $e^{u(x)}$ est **strictement positif** pour tout réel où l’expression est définie. Par conséquent, le signe de $f'(x)$ dépend souvent seulement de l’autre facteur, ce qui permet de bâtir un **tableau de variations** fiable, y compris *au bac*.

La méthode tient en trois réflexes. D’abord, repérer le **domaine de définition**, car un quotient peut introduire une valeur interdite. Ensuite, écrire $f'(x)$ sous forme factorisée. Enfin, exploiter la positivité de l’exponentielle. Si $f'(x)=e^x(2x-1)$, alors $e^x>0$ sur $\mathbb{R}$, donc le signe de $f'(x)$ est celui de $2x-1$, nul pour $x=\frac{1}{2}$. La fonction décroît puis croît. Si $f'(x)=e^{x^{2}}(x+3)$, même logique : $e^{x^{2}}>0$, donc le signe dépend de $x+3$, nul pour $x=-3$. En revanche, si $f'(x)=\frac{e^{x}}{(x+1)^{2}}$, il faut voir autre chose : $e^x>0$ et $(x+1)^2>0$ pour $x\neq-1$, donc $f'(x)>0$ sur $]-\infty,-1[$ et sur $]-1,+\infty[$. Ici, l’exponentielle ne change jamais le signe, mais la **valeur interdite** $x=-1$ coupe l’étude.

Forme de $f'(x)$	Point clé pour le signe	Conséquence sur les variations	Piège réel
$e^x(2x-1)$	$e^x>0$, donc signe de $2x-1$	Changement au point $x=\frac{1}{2}$	Croire que e^x peut être négatif
$e^{x^{2}}(x+3)$	$e^{x^{2}}>0$, donc signe de $x+3$	Changement au point $x=-3$	Mal résoudre un facteur affine
$\frac{e^{x}}{(x+1)^{2}}$	Numérateur et dénominateur positifs si $x\neq-1$	Fonction croissante sur chaque intervalle	Oublier $x=-1$ dans le tableau

Dans un **tableau dérivée exponentielle**, on place donc les zéros des facteurs non exponentiels et les valeurs interdites. Puis on déduit les variations : signe positif, fonction croissante ; signe négatif, fonction décroissante. Ce niveau de rédaction est attendu au **baccalauréat**, au **lycée**, et même en **CPGE** littéraire quand on demande une justification nette. Exemple 1, niveau standard : $f(x)=(x^2-4)e^x$. Alors $f'(x)=2xe^x+(x^2-4)e^x=e^x(x^2+2x-4)$. Je choisis la factorisation, car elle sépare l’exponentielle positive du trinôme. On résout $x^2+2x-4=0$, d’où $x=-1\pm\sqrt{5}$. Le signe de $f'(x)$ est celui du trinôme. Vérification finale : les deux racines sont cohérentes et le coefficient dominant est positif.

Exemple 2, niveau plus fin : $g(x)=\frac{e^{x}{x-2}$. Alors $g'(x)=\frac{e^{x}(x-2)-e^{x}{(x-2)^{2}=\frac{e^{x}(x-3)}{(x-2)^{2}$. La bonne méthode consiste à isoler les facteurs de signe connu. Sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$, on a $e^{x} > 0$ et $(x-2)^{2} > 0$. Le signe dépend donc seulement de $x-3$. Ainsi, $g'(x) < 0$ si $x < 3$ avec la coupure en $x=2$, $g'(x)=0$ en $x=3$, puis $g'(x) > 0$ si $x > 3$. Dans les **exercices corrigés dérivée exponentielle**, cette vérification finale évite trois fautes fréquentes : oublier le domaine, attribuer un signe faux à e^{x}, ou confondre zéro de la dérivée et valeur interdite.

Quelle est la dérivée de 2x ?

La dérivée de 2x est 2. Plus généralement, la dérivée d’une fonction affine ax + b est a. Ici, le coefficient directeur vaut 2, donc la pente de la droite est constante. On note : (2x)' = 2. C’est un cas de base à connaître avant de dériver des fonctions plus complexes, comme l’exponentielle.

Comment calculer la dérivée d'une fonction ?

Pour calculer une dérivée, j’identifie d’abord la nature de la fonction : polynôme, quotient, produit, exponentielle, composée. Ensuite, j’applique la formule adaptée. Par exemple, (x^n)' = nx^(n-1) et (e^x)' = e^x. Si la fonction est composée, j’utilise la dérivation en chaîne. Enfin, je simplifie le résultat pour faciliter l’étude du signe ou des variations.

Comment savoir si une fonction est exponentielle ?

Une fonction est exponentielle lorsqu’une variable apparaît à l’exposant. Le cas de référence au lycée est f(x) = e^x, ou plus généralement f(x) = e^(u(x)). On rencontre aussi a^x avec a > 0 et a ≠ 1. Contrairement à un polynôme, la variable n’est pas multipliée seulement par un coefficient : elle est dans la puissance.

C'est quoi une courbe exponentielle ?

Une courbe exponentielle représente une fonction du type y = e^x ou y = a^x. Je retiens qu’elle passe par le point (0 ; 1), reste toujours positive pour e^x, et croît très vite quand x augmente. Si l’exposant est négatif, comme e^(-x), la courbe décroît. Elle sert souvent à modéliser une croissance rapide ou une décroissance continue.

Comment dériver avec E ?

Si par « E » on parle de l’exponentielle e, la règle essentielle est simple : la dérivée de e^x est e^x. Pour une forme composée, par exemple e^(u(x)), je dérive l’exposant puis je multiplie : (e^(u(x)))' = u'(x)e^(u(x)). C’est une application directe de la dérivation en chaîne, très fréquente en Première et Terminale.

Comment étudier le signe d'une dérivée exponentielle ?

J'utilise un fait fondamental : e^u est toujours strictement positif. Donc, dans une dérivée comme f'(x) = u'(x)e^(u(x)), le signe de f'(x) est celui de u'(x), puisque le facteur exponentiel ne s'annule jamais. En pratique, on étudie surtout le signe du coefficient ou de l'expression qui multiplie l'exponentielle, puis on en déduit les variations de f.

Comment trouver la formule exponentielle ?

Pour reconnaître ou trouver une formule exponentielle, je cherche si la grandeur varie de façon proportionnelle à sa valeur. En mathématiques, cela conduit souvent à une expression du type f(x) = Ce^(ax). Si l'on connaît une dérivée proportionnelle à la fonction, comme f' = af, alors la forme exponentielle est naturelle. Des conditions initiales permettent ensuite de déterminer la constante C.

Comment dériver avec e ?

Avec e, on applique des règles très utiles : (e^x)' = e^x, (e^(ax+b))' = ae^(ax+b), et plus généralement (e^(u(x)))' = u'(x)e^(u(x)). Si e apparaît comme constante seule, sa dérivée est 0. J'insiste souvent sur un point : l'exponentielle se recopie à la dérivation, puis on multiplie par la dérivée de l'exposant s'il y en a un.

Retenir la dérivée exponentielle, c'est surtout savoir identifier la forme de la fonction avant de calculer. Si tu vois e^x, la dérivée reste e^x ; si tu vois e^{u(x)}, pense immédiatement à u'(x)e^{u(x)}. Entraîne-toi ensuite à distinguer produit, quotient et base a pour automatiser le bon réflexe. Pour progresser vite, refais quelques exercices en justifiant à chaque fois la règle choisie : c'est exactement ce qui sécurise les points au bac.

Continue sur lycee-condorcet.fr