Lycée Condorcet

Dérivée et tangente en Première : lire f'(a) et écrire l'équation

Comprends le lien entre dérivée et tangente : leçon, 8 exercices progressifs, correction détaillée et PDF à imprimer pour la classe de Première.

Éducation lycée — méthodes, fi

Première

La tangente à la courbe de f au point d'abscisse a est la droite qui épouse la courbe en ce point. Son coefficient directeur est le nombre dérivé f'(a), et son équation est y = f'(a)(x − a) + f(a).

Pourquoi perdre des points alors que la formule tient en une ligne ? Souvent, un signe oublié dans (x − a) ou une confusion entre f(a) et f'(a).

Lire le nombre dérivé sur la tangente à une courbe

Prénom : _____ Date : _____

Objectif : je sais lire f'(a) sur un graphique et écrire l'équation d'une tangente.

Lire f'(a), c'est mesurer la pente de la tangente : plus elle est raide, plus sa valeur absolue est grande. Le **taux d'accroissement** (f(a+h) − f(a))/h est la pente de la *sécante* entre deux points de la courbe : quand h tend vers 0, elle se rapproche de la tangente. Sur un graphique, prends deux points éloignés de la tangente, à coordonnées entières, et divise la variation de y par celle de x. Prérequis : équation réduite d'une droite, calcul d'une image.

Nombre dérivé. Si f est dérivable en a, f'(a) est la limite du taux d'accroissement quand h tend vers 0. La tangente passe par le point d'abscisse a de la courbe, avec f'(a) pour coefficient directeur.

Écrire l'équation de la tangente en un point, étape par étape

Une seule formule gouverne le chapitre : $y = f'(a)(x - a) + f(a)$. Cette **forme point-pente** traduit que la tangente passe par $(a ; f(a))$ avec la pente $f'(a)$. Cinq gestes, dans l'ordre.

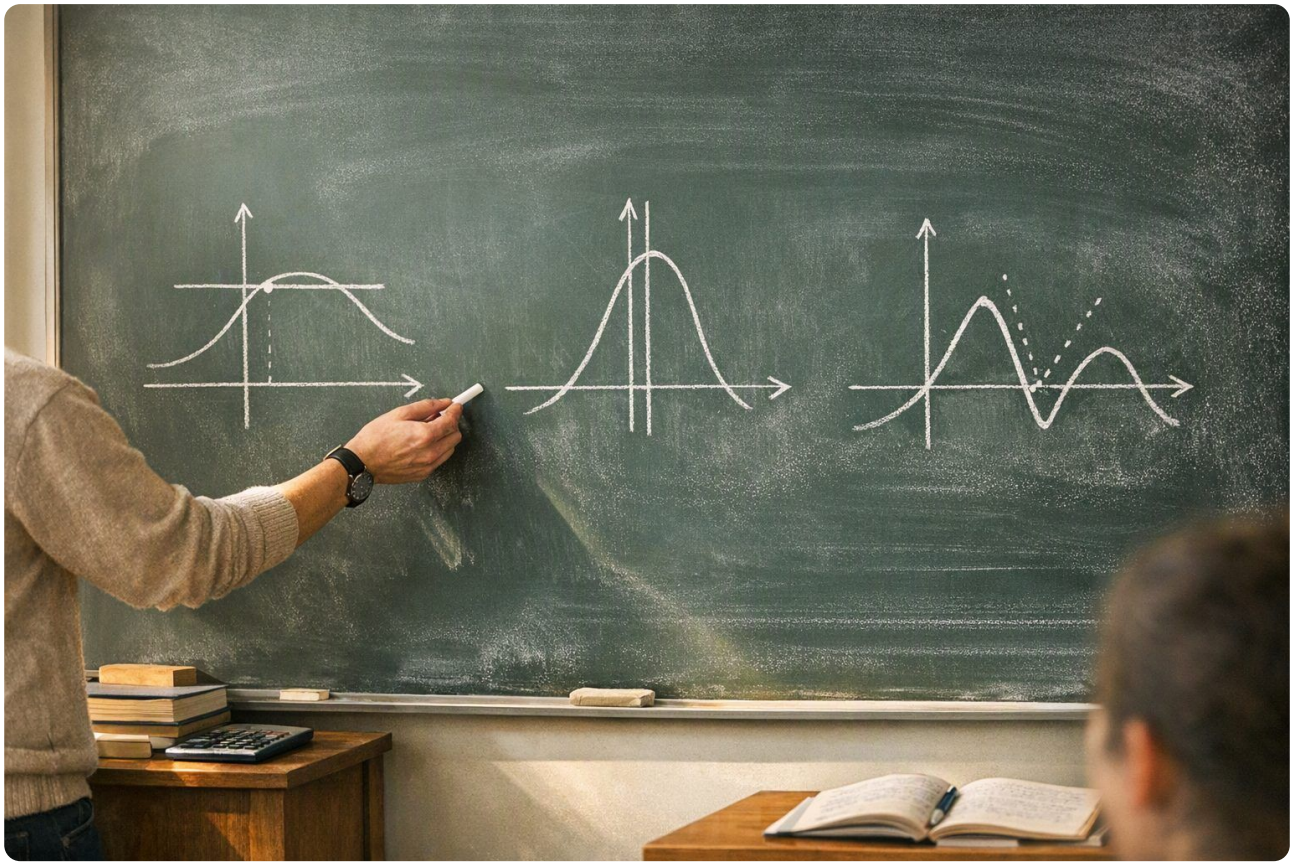
1. Repère la fonction f et la valeur de a.
2. Calcule f(a) : c'est l'ordonnée du point de tangence.
3. Dérive f, puis calcule f'(a) : c'est la pente.
4. Remplace dans $y = f'(a)(x - a) + f(a)$, avec des parenthèses autour de $x - a$.
5. Développe pour obtenir $y = mx + p$, puis vérifie.

Exemple 1 : $f(x) = x^2 - 3x + 1$ en $a = 2$. On a $f(2) = -1$, donc le point $(2 ; -1)$. Comme $f'(x) = 2x - 3$, $f'(2) = 1$. Alors $y = 1 \times (x - 2) + (-1)$, soit $y = x - 3$.

Exemple 2 : $g(x) = x^3$ en $a = 1$. On a $g(1) = 1$ et $g'(1) = 3$. Alors $y = 3(x - 1) + 1$, soit $y = 3x - 2$.

Test de contrôle : remplace x par a dans ton équation et compare avec f(a). Exemple 1 : $2 - 3 = -1 = f(2)$. Exemple 2 : $3 \times 1 - 2 = 1 = g(1)$. Nuance : la tangente ne reste pas toujours d'un seul côté de la courbe ; pour x^3 en 0, la tangente $y = 0$ la *traverse*.

Déterminer une équation de la tangente à une courbe - Première · Yvan Monka



Tangente horizontale, verticale ou impossible à tracer

Quand f'(a) = 0, la tangente est horizontale : y = f(a). Pour f(x) = x² − 4x + 3, f'(x) = 2x − 4 s'annule en x = 2 ; comme f(2) = −1, la tangente est y = −1. Tangente verticale : le taux d'accroissement grandit sans limite. Pour la racine carrée en 0, il vaut √h / h = 1/√h, qui explose : la fonction n'est pas dérivable en 0, mais la courbe admet la droite x = 0 pour tangente. Au **point anguleux** de la valeur absolue en 0, le taux vaut 1 à droite et −1 à gauche : deux pentes, donc aucune tangente *unique*.

Erreurs fréquentes. Confondre f(a), une ordonnée, et f'(a), une pente. Se tromper de signe dans (x − a) : pour a = −2, écris (x + 2). Oublier d'ajouter f(a) : la droite ne passe plus par le point de la courbe.

Quelle est l'équation de la tangente à une courbe en un point ?

Pour f dérivable en a, c'est y = f'(a)(x − a) + f(a). La droite passe par (a ; f(a)) et sa pente est f'(a). Développe ensuite pour obtenir y = mx + p.

Comment trouver la tangente en un point ?

Calcule f(a), dérive f, calcule f'(a), puis remplace dans la formule et développe. Contrôle : en x = a, l'équation doit donner f(a).

Quelle est la dérivée de la fonction tangente ?

La fonction trigonométrique tan se dérive en $\tan'(x) = 1 + \tan^2(x) = 1/\cos^2(x)$, là où cos(x) ne s'annule pas. Ce résultat n'a rien à voir avec la tangente géométrique d'une courbe.

Quand la tangente est-elle verticale ?

Quand le taux d'accroissement tend vers l'infini en a. La fonction n'est alors pas dérivable en a, mais la courbe admet la droite x = a pour tangente, comme la racine carrée en 0.

Quelle est la formule de la dérivée ?

Le nombre dérivé en a est la limite, quand h tend vers 0, de $(f(a+h) - f(a))/h$. En pratique, on utilise les dérivées usuelles : $(x^2)' = 2x$, $(x^3)' = 3x^2$, $(1/x)' = -1/x^2$ et $(\sqrt{x})' = 1/(2\sqrt{x})$ pour x strictement positif.

Qu'est-ce que le coefficient directeur d'une tangente ?

C'est sa pente, soit la variation de y quand x augmente de 1. En a, il vaut f'(a). Sur un graphique, calcule $(y_B - y_A)/(x_B - x_A)$ avec deux points A et B éloignés de la tangente.

Continue sur lycee-condorcet.fr

Lycée Condorcet - Document pédagogique