Lycée Condorcet

Le discriminant en maths (Première) : cours et exercices corrigés

Comprends le discriminant en Première : formule de Δ, signe, solutions x1 et x2, exercices progressifs, correction détaillée et PDF à imprimer.

Éducation lycée — méthodes, fi

Première

Le discriminant d'un trinôme $ax^2 + bx + c$, avec a différent de 0, est le nombre $\Delta = b^2 - 4ac$. Son signe donne le nombre de solutions réelles : deux si Δ est positif, une s'il est nul, aucune s'il est négatif.

Pourquoi trouve-t-on parfois un discriminant négatif alors que l'équation a des solutions ? Presque toujours à cause d'un signe perdu dans b^2 : avec $b = -3$, $(-3)^2 = 9$, pas -9. Ce cours de Première apprend à calculer Δ, lire son signe et trouver x1 et x2, avec exercices corrigés.

Qu'est-ce que le discriminant d'un trinôme du second degré ?

Prénom : _____ Date : _____

Trois prérequis suffisent : repérer les coefficients a, b et c, calculer avec des nombres négatifs, développer une identité remarquable.

> Un trinôme du second degré s'écrit $ax^2 + bx + c$, avec a différent de 0. Son **discriminant**, noté Δ (delta), vaut $\Delta = b^2 - 4ac$. Une *racine* du trinôme est une solution réelle de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$.

Le « discriminant d'une fonction » désigne celui du trinôme associé. Son signe dit si la parabole coupe l'axe des abscisses en deux points, en un point ou en aucun. Le calcul donne le nombre des solutions, pas leur valeur.

Comment utiliser delta pour trouver x1 et x2 selon son signe

Tout se joue sur le **signe de Δ**.

1. Identifie a, b et c en gardant leurs signes.
2. Calcule $\Delta = b^2 - 4ac$, avec des parenthèses autour de b.
3. Regarde le signe de Δ.
4. Écris les solutions, puis vérifie-les en les remplaçant dans l'équation.

Signe de Δ	Nombre de solutions réelles	Solutions	Position de la parabole par rapport à l'axe des abscisses
$\Delta > 0$	2	$x1 = (-b - \sqrt{\Delta})/(2a)$ et $x2 = (-b + \sqrt{\Delta})/(2a)$	Elle coupe l'axe en deux points
$\Delta = 0$	1	$x = -b/(2a)$	Elle touche l'axe en un point, son sommet
$\Delta < 0$	0	Aucune	Elle reste d'un seul côté de l'axe

Quand Δ est nul, x1 rejoint x2 : c'est une *solution double*. Quand Δ est négatif, √Δ n'existe pas dans les réels.

Erreur fréquente : pour $b = -3$, écrire -3^2 donne -9, alors que $(-3)^2 = 9$. Ce faux signe modifie Δ, donc toute la conclusion.

LE COURS : Équations du second degré - Première · Yvan Monka

Trois exemples résolus, du delta positif au delta négatif

Dans $x^2 - 5x + 6 = 0$, on lit $a = 1$, $b = -5$ et $c = 6$. Ici $4ac = 24$, donc $\Delta = (-5)^2 - 24 = 1$. Delta est positif : $x1 = (5 - 1)/2 = 2$ et $x2 = (5 + 1)/2 = 3$. La **vérification par substitution** confirme : le trinôme s'annule pour 2 comme pour 3.

Pour $x^2 - 6x + 9 = 0$, on a $a = 1$, $b = -6$ et $c = 9$. Ici $4ac = 36$, donc $\Delta = (-6)^2 - 36 = 0$. La solution est unique : $x = 6/2 = 3$. Le trinôme vaut $(x - 3)^2$, et la parabole touche l'axe au point $(3 ; 0)$.

Pour $x^2 + 2x + 5 = 0$, on a $a = 1$, $b = 2$ et $c = 5$. Ici $4ac = 20$, donc $\Delta = 2^2 - 20 = -16$. Delta est négatif : **aucune solution réelle**. Le sommet de la parabole est en $(-1 ; 4)$, au-dessus de l'axe.

Qu'est-ce que le discriminant d'une équation du second degré ?

C'est le nombre $\Delta = b^2 - 4ac$, calculé avec les coefficients de $ax^2 + bx + c = 0$, où a est non nul. Il donne le nombre de solutions : deux si Δ est positif, une s'il est nul, aucune s'il est négatif.

C'est quoi le discriminant d'une fonction ?

C'est celui du trinôme $ax^2 + bx + c$ qui définit la fonction. Son signe indique combien de points la courbe partage avec l'axe des abscisses : deux, un ou aucun.

Pourquoi calculer le discriminant ?

Un seul calcul indique si l'équation a des solutions réelles et combien, avant toute résolution. Il fournit aussi les formules de x1 et x2, et sert dans les problèmes à paramètre.

Comment trouver x1 et x2 avec delta ?

Calcule Δ, puis, s'il est strictement positif, applique $x1 = (-b - \sqrt{\Delta})/(2a)$ et $x2 = (-b + \sqrt{\Delta})/(2a)$. Pour $x^2 - 5x + 6 = 0$, Δ vaut 1, donc $x1 = 2$ et $x2 = 3$. Vérifie en remplaçant chaque valeur dans l'équation.

Que se passe-t-il quand delta est égal à zéro ?

La racine carrée de Δ vaut 0, donc les deux formules donnent le même nombre : une solution unique, $x = -b/(2a)$, dite double. La parabole touche l'axe en un seul point. Exemple : $x^2 - 6x + 9 = 0$ donne $x = 3$.

Que signifie un discriminant négatif ?

Aucun réel n'a un carré négatif, donc $\sqrt{\Delta}$ n'existe pas dans les réels. L'équation n'a pas de solution réelle et la parabole ne rencontre pas l'axe. Pour $x^2 + 2x + 5 = 0$, Δ vaut -16 : l'ensemble des solutions est vide.

Continue sur lycee-condorcet.fr

Lycée Condorcet - Document pédagogique