Lycée Condorcet

Équation cartésienne d'une droite en Seconde : cours et exercices

Apprends à trouver une équation cartésienne de droite : leçon claire, 9 exercices corrigés, correction détaillée et PDF à imprimer pour la Seconde.

Éducation lycée — méthodes, fi

Seconde

Une équation cartésienne d'une droite s'écrit ax+by+c=0, avec a et b non tous les deux nuls. Le vecteur vecu(-b ; a) dirige cette droite, et un point lui appartient si ses coordonnées vérifient l'équation. Une même droite possède une infinité d'équations équivalentes.

Un point est-il sur la droite ou à côté ? Un seul calcul tranche : remplace x et y par ses coordonnées et regarde si tu obtiens 0. Cette vérification sert de garde-fou à chaque méthode de la leçon. Tu pars de la lecture de a, b et c, tu passes par deux points ou par un vecteur, puis tu termines par la droite verticale, avec huit exercices corrigés.

Comprendre ce qu'est une équation cartésienne d'une droite

Prénom : _____ Date : _____

> Objectif : je sais déterminer une équation cartésienne d'une droite et vérifier qu'un point lui appartient.

Une **équation cartésienne** relie les coordonnées de tous les points d'une droite, et d'aucun autre. L'adjectif renvoie à René Descartes, qui repère un point du plan par deux nombres. Trois prérequis suffisent : lire les coordonnées d'un point, calculer celles d'un vecteur avec overrightarrowAB(x_(B)-x_(A) ; y_(B)-y_(A)) et résoudre une équation du premier degré.

Une droite du plan admet une équation de la forme ax+by+c=0, avec (a ; b)≠(0 ; 0). Le vecteur vecu(-b ; a) est alors un **vecteur directeur** de cette droite. Multiplie toute l'équation par un réel non nul : tu obtiens une autre équation de la même droite.

Un point M(x ; y) appartient à la droite quand ses coordonnées rendent l'égalité vraie. Prenons 2x+y-3=0 : le point (1 ; 1) donne 2+1-3=0, il est sur la droite, alors que (0 ; 0) donne -3, il n'y est pas. Deux droites sont parallèles lorsque leurs vecteurs directeurs sont *colinéaires*, c'est-à-dire proportionnels.

Trouver une équation cartésienne en quatre étapes

Un vecteur directeur et un point de la droite suffisent. Que l'énoncé fournisse un vecteur ou deux points, le fil reste le même.

1. Repère un vecteur directeur vecu : il est donné, ou bien tu le calcules comme overrightarrowAB à partir de deux points de la droite.
2. Lis a et b avec vecu(-b ; a) : la seconde coordonnée donne a, l'opposé de la première donne b.
3. Écris ax+by+c=0 avec ces valeurs, en laissant c inconnu.
4. Remplace x et y par les coordonnées d'un point connu pour calculer c, puis contrôle avec un second point si tu en as un.

Trois pièges reviennent sans cesse. Le premier : recopier la première coordonnée du vecteur au lieu de son opposé. Avec vecu(3 ; 2), on a b=-3, pas 3. Le deuxième : s'arrêter avant d'avoir calculé c. Le troisième : ne rien vérifier. Le **calcul de contrôle** est rapide et rattrape presque toutes les erreurs de signe. Pour le chemin inverse, lis a et b, puis prends (-b ; a) : pour 5x-2y+1=0, on obtient (2 ; 5).

Déterminer une équation cartésienne d'une droite (1) - Seconde · Yvan Monka

Deux exemples résolus : avec un vecteur, puis avec deux points

Exemple A. La droite passe par A(2 ; 1) et a pour vecteur directeur vecu(-1 ; 4). On a -b=-1, donc b=1, et a=4. L'équation s'écrit 4x+y+c=0. Avec A : 8+1+c=0, donc c=-9. Résultat : 4x+y-9=0. Contrôle avec (1 ; 5), obtenu en ajoutant vecu aux coordonnées de A : 4+5-9=0.

Exemple B. La droite (AB) passe par A(-1 ; 2) et B(3 ; 4). Alors overrightarrowAB(4 ; 2), donc b=-4 et a=2. L'équation s'écrit 2x-4y+c=0. Avec A : -2-8+c=0, donc c=10. Résultat : 2x-4y+10=0, qui se simplifie en x-2y+5=0 en divisant par 2. Contrôle avec B : 6-16+10=0.

> À retenir : une équation cartésienne a la forme ax+by+c=0 ; un vecteur directeur est (-b ; a) ; on calcule c avec un point de la droite ; un point appartient à la droite si le calcul donne 0.

Les questions qu'on nous pose

Comment déterminer une équation cartésienne de la droite (AB) avec deux points ?

Calcule le vecteur directeur overrightarrowAB. S'il vaut (p ; q), alors a=q et b=-p. Remplace x et y par les coordonnées de A pour obtenir c, puis contrôle avec B.

Comment trouver une équation cartésienne d'une droite ?

Il faut un vecteur directeur et un point. Le vecteur (-b ; a) fournit a et b, le point fournit c. Vérifie ensuite avec un second point si l'énoncé en donne un.

Comment trouver l'équation d'une droite avec un vecteur ?

Un vecteur seul donne la direction, pas la position : ajoute un point. Avec vecu(2 ; 3), on a b=-2 et a=3. Si la droite passe par (1 ; 1), alors 3-2+c=0, donc c=-1 et l'équation est 3x-2y-1=0.

Comment passer d'une équation cartésienne à une équation réduite ?

Isole y. Si b≠0, by=-ax-c donne y=-a/bx-c/b. Ainsi 2x+4y-8=0 devient y=-0,5x+2. Si b=0, la droite est verticale, d'équation x=-c/a, et n'a pas d'équation réduite.

Comment trouver un vecteur directeur à partir d'une équation cartésienne ?

Repère a et b, puis écris (-b ; a). Pour 3x-5y+2=0, on a a=3 et b=-5, d'où le vecteur (5 ; 3). Tout multiple non nul, comme (10 ; 6), convient aussi.

Retiens trois réflexes : lire a, b et c, construire le vecteur directeur (-b ; a) avec soin, puis contrôler avec un point de la droite. Télécharge le PDF, fais les huit exercices sans regarder la correction, puis compare chaque réponse avec le corrigé. Si une erreur de signe revient, reprends l'exemple correspondant et refais le calcul de contrôle.

Continue sur lycee-condorcet.fr

Lycée Condorcet - Document pédagogique