Lycée Condorcet

Résoudre une équation produit nul en Seconde : cours et exercices corrigés

Comprends la règle du produit nul avec une méthode en 4 étapes, 2 exemples, 9 exercices corrigés et un PDF à imprimer pour t'entraîner en Seconde.

Éducation lycée — méthodes, fi

Seconde

Une équation produit nul est une équation de la forme A × B = 0. Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul : on résout donc A = 0 ou B = 0, puis on écrit l'ensemble des solutions.

Pourquoi l'équation (x-2)(x+1)=4 ne se résout-elle pas en posant x-2=4 ou x+1=4 ? Parce que la règle du produit nul ne fonctionne que si le second membre vaut zéro. Cette leçon te montre comment repérer ce cas, factoriser quand il le faut, résoudre sans erreur, puis vérifier tes solutions. Tu t'entraînes ensuite sur neuf exercices corrigés, à imprimer.

Ce que tu dois maîtriser avant de résoudre une équation produit nul

Prénom : _____ Date : _____

> Objectif de la fiche : je sais résoudre une équation de la forme A × B = 0 et écrire l'ensemble des solutions.

Cette fiche appartient au chapitre « Équations produit nul et équations quotient ». L'académie de Lille décrit la notion comme charnière entre la troisième et la Seconde, parce qu'elle mobilise plusieurs compétences à la fois, dont la factorisation. Avant de commencer, tu dois savoir résoudre une

équation du premier degré, développer, puis factoriser. Ces quatre **prérequis** suffisent :

- Résoudre $ax+b=0$: on isole x. Pour $2x+6=0$, on obtient $2x=-6$, donc $x=-3$.
- Développer : on distribue chaque terme. $(x+1)(x+4)=x^2+5x+4$.
- Factoriser par un facteur commun : $6x+9=3(2x+3)$.
- Reconnaître a^2-b^2 : $x^2-25=(x-5)(x+5)$.

La règle du produit nul et le vocabulaire à connaître

Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.

$A \times B = 0$ iff $A = 0$ ou $B = 0$
Un *facteur* est un nombre ou une expression qu'on multiplie. Le *produit* est le résultat de cette multiplication. Une équation produit nul place un produit d'un côté du signe égal et 0 de l'autre. Une solution est une valeur de x qui rend l'égalité vraie, et l'ensemble des solutions se note S. Le mot « ou » est inclusif : au moins une des deux égalités doit être vraie, parfois les deux. Attention à $3(x+2)=0$: c'est déjà un produit, et le facteur constant 3 ne peut jamais être nul. Seul $x+2$ peut s'annuler.

Prenons $x(x-4)=0$. Beaucoup d'élèves divisent les deux membres par x et concluent $x=4$. Ce réflexe **fait perdre la solution 0**, car on divise alors par un facteur qui peut valoir 0. La bonne lecture est directe : $x=0$ ou $x-4=0$, donc $S=0\ ;4$.

Pourquoi un seul facteur nul suffit

Multiplier un nombre par 0 donne toujours 0 : $0 \times 17 = 0$, quel que soit l'autre facteur. Un facteur nul rend donc tout le produit nul. À l'inverse, si aucun facteur n'est nul, le produit ne l'est pas non plus : $4 \times 5 = 20$, et $20 \neq 0$. La règle fonctionne ainsi dans les deux sens. Teste-la toi-même : choisis deux nombres, multiplie-les, puis recommence en remplaçant l'un des deux par 0. Le résultat tombe à zéro à chaque essai.

Méthode en cinq étapes pour résoudre une équation produit nul

Cinq gestes suffisent, toujours dans le même ordre. Le fil rouge est l'équation (x-2)(x+5)=0.

1. Repère la forme. Le second membre doit valoir 0 et le premier doit être un produit. Ici, (x-2)(x+5)=0 remplit les deux conditions.
2. Factorise si besoin. Quand le premier membre est une somme, cherche un facteur commun ou une identité remarquable. Notre exemple n'en a pas besoin.
3. Annule chaque facteur. Écris une équation par facteur : x-2=0 ou x+5=0.
4. Résous et conclus. Chaque équation est du premier degré : x=2 ou x=-5. Écris S=-5 ;2.
5. Vérifie. Remplace une solution dans l'équation de départ : pour x=2, le facteur x-2 vaut 0, donc le produit aussi.

Le piège se situe avant l'étape 3 : tant que le **second membre** n'est pas 0, la règle ne s'applique pas. Pour t'approprier la méthode, complète : « Je vérifie que le second membre vaut _____ ; ensuite j'écris chaque _____ égal à 0 et je résous les équations _____. »

Quand il faut factoriser avant de résoudre

Certaines équations semblent hors de portée, comme $7x^2-3x=0$. Le facteur commun x saute aux yeux : $7x^2-3x = x(7x-3)$. L'équation devient x(7x-3)=0, donc x=0 ou 7x-3=0, soit x=3/7, et S=0 ;3/7. Autre cas : $x^2-49=(x-7)(x+7)$ grâce à l'identité $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$, ce qui donne x=7 ou x=-7. Ces équations sont de degré 2, mais une fois factorisées, elles se résolvent comme toutes les autres.

1. Le second membre vaut 0 et le premier est un produit : sinon, factorise
2. Écris chaque facteur égal à 0

3. Résous chaque petite équation séparément
4. Note l'ensemble des solutions S
5. Vérifie une solution dans l'équation de départ

Schéma en cinq étapes pour résoudre une équation produit nul

Deux exemples résolus et le piège du second membre non nul

Dans (x+3)(2x-5)=0, on écrit x+3=0 ou 2x-5=0, ce qui donne x=-3 ou x=5/2. Deux exemples corrigés fixent le réflexe.

Exemple 1 : (x+3)(2x-5)=0. Le produit est nul, donc x+3=0 ou 2x-5=0. La première équation donne x=-3. La seconde donne 2x=5, soit x=5/2. D'où S=-3 ;5/2. Vérification : pour x=-3, le premier facteur vaut 0 ; pour x=5/2, le second vaut 2×5/2-5=0.

Exemple 2 : 3(x+2)=0. C'est un produit, mais le facteur 3 n'est jamais nul. Seul x+2 peut s'annuler, donc x+2=0 et S=-2. Il n'y a qu'une solution, car un seul facteur contient x.

Erreur fréquente : écrire x=3 au lieu de x=-3 pour x+3=0, ou s'arrêter à 2x=5 sans diviser par 2. Relis chaque petite équation jusqu'à ce que x soit seul.

Pourquoi (x-2)(x+1)=4 ne se résout pas facteur par facteur

Face à (x-2)(x+1)=4, la tentation est d'écrire x-2=4 ou x+1=4, soit x=6 ou x=3. Teste x=6 : (6-2)(6+1)=28, et 28≠ 4. La méthode est fausse. Le résultat x=3 marche par *coïncidence*, car l'autre facteur vaut 1, mais x=-2 est oublié. Bonne méthode : tout passer à gauche, développer pour obtenir x^2-x-6=0, puis factoriser en (x-3)(x+2)=0. Les solutions sont 3 et -2 ; dans les deux cas, le produit vaut 4. **La règle ne s'applique que si le second membre est 0.**

Les questions qu'on nous pose

Qu'est-ce qu'une équation produit ?

Une équation produit est une équation dont un membre s'écrit comme un produit de facteurs, par exemple (x+3)(2x-5)=0. Quand l'autre membre vaut 0, on parle d'équation produit nul, et la règle du produit nul s'applique directement. Sinon, il faut d'abord se ramener à cette forme.

Quelle est la règle du produit nul ?

Un produit de facteurs est égal à 0 si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est égal à 0. En notation, $A \times B = 0$ équivaut à $A = 0$ ou $B = 0$. Chaque facteur donne alors une petite équation, résolue séparément.

Comment savoir si une équation est de type produit nul ?

Deux conditions doivent être réunies : le second membre vaut 0 et le premier est un produit de facteurs. Si le premier membre est une somme, comme x^2-49 ou $7x^2-3x$, cherche d'abord à factoriser. Si le second membre n'est pas 0, déplace tous les termes d'un côté.

Comment résoudre une équation produit nul ?

Vérifie que le produit vaut 0, factorise si nécessaire, écris chaque facteur égal à 0, puis résous chaque équation du premier degré. Pour (x-2)(x+5)=0, on obtient x=2 ou x=-5. Conclus par l'ensemble S=-5 ;2 et vérifie une valeur.

Comment résoudre une équation produit dont le second membre n'est pas nul ?

N'annule pas les facteurs un par un. Pour (x-2)(x+1)=4, passe le 4 à gauche, développe pour obtenir $x^2-x-6=0$, puis factorise en (x-3)(x+2)=0. Les solutions sont alors 3 et -2. La règle exige toujours un 0 dans le second membre.

Comment trouver la solution d'une équation ?

Isole l'inconnue en appliquant la même opération aux deux membres. Pour 2x+6=0, on soustrait 6 puis on divise par 2, ce qui donne x=-3. Remplace ensuite x par cette valeur pour vérifier que l'égalité est vraie. Pour une équation de degré 2, cherche d'abord à factoriser.

Dernière révision : 05/11/2026

Continue sur lycee-condorcet.fr

Lycée Condorcet - Document pédagogique