Lycée Condorcet

La fonction carré en Seconde : cours, courbe et exercices corrigés

Apprends la fonction carré en Seconde : leçon claire, tableau de valeurs, parabole, exercices corrigés et PDF à imprimer pour réviser.

Éducation lycée — méthodes, fi

Seconde

La fonction carré associe à tout réel x son carré x². Définie sur ℝ, elle décroît quand x est négatif, croît quand x est positif, et son minimum vaut 0 en x = 0. Sa courbe est une parabole symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

Pourquoi (-3)² vaut-il 9 alors que -3² vaut -9 ? Ce piège de signe touche de nombreux élèves de Seconde. Cette fiche couvre le chapitre « Fonction carré » : calculer une image, retrouver des antécédents, tracer la parabole et résoudre x² = k, avec des exercices corrigés.

Ce que tu sauras faire à la fin de la leçon sur la fonction carré

Prénom : _____ Date : _____

Tu sauras calculer l'image d'un nombre, retrouver ses antécédents, tracer et lire la parabole, puis résoudre x² = k et x² < k. Chaque objectif est atteint quand tu réussis l'exercice correspondant sans regarder le cours.

Trois **prérequis** suffisent : la règle des signes, par exemple (-4) × (-4) = 16 ; le vocabulaire image et antécédent, avec le repérage d'un point ; la lecture d'un intervalle comme [-3 ; 2]. Si l'un vacille, reprends-le avant de continuer.

Définition de la fonction carré : image et antécédents

La fonction carré est la fonction f définie pour tout réel x par f(x) = x². Son ensemble de définition est ℝ : tu peux élever au carré n'importe quel réel,

positif, négatif ou nul. L'image de a est f(a) = a². Un antécédent de b est un nombre x tel que x² = b.

Un nombre a toujours une seule image. Il peut avoir deux antécédents (9 en a deux, 3 et -3), un seul (0) ou aucun (un carré n'est *jamais* négatif, donc -4 n'en a pas). Rappel : pour x positif, √x est le nombre positif dont le carré vaut x. Ainsi √9 = 3, et pas -3.

Deux exemples résolus avec image et antécédents

Exemple 1. L'image de -4 vaut (-4)² = 16, car le produit de deux nombres négatifs est positif. Les antécédents de 16 sont les solutions de x² = 16, soit 4 et -4. Exemple 2. Les antécédents de 10 sont √10 et -√10. Ceux de -9 n'existent pas : x² = -9 n'a aucune solution.

Courbe de la fonction carré : parabole, parité et variations

La courbe est une parabole de sommet O. Elle descend sur]-∞ ; 0], remonte sur [0 ; +∞[et atteint son minimum, égal à 0, en x = 0. Le tableau de valeurs montre sa symétrie.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
x²	9	4	1	0	1	4	9

La ligne des images se lit de la même façon dans les deux sens : 9 ; 4 ; 1 ; 0 ; 1 ; 4 ; 9. Cette symétrie vient de f(-x) = (-x)² = x² = f(x) : la fonction est **paire**, et sa courbe a l'axe des ordonnées pour axe de symétrie dans un repère orthogonal. Pour tracer, place les sept points, puis relie-les *à main levée* par une courbe arrondie, surtout près de O. Pour savoir si un point appartient à la courbe, remplace x par son abscisse et compare avec l'ordonnée. Le point A(1,5 ; 2,25) est sur la parabole, car 1,5² = 2,25. Le point B(2 ; 5) n'y est pas : 2² = 4.

Remplir le tableau de variations et lire le signe

Première ligne : x de -∞ à +∞, avec 0 au centre. Seconde ligne : une flèche descend vers 0 sur]-∞ ; 0], puis une flèche monte depuis 0 sur [0 ; +∞[. On en déduit x² ≥ 0 pour tout réel x : la courbe reste au-dessus de l'axe des

abscisses. Pour **comparer deux carrés**, regarde le signe : sur [0 ; +∞[, le plus grand nombre a le plus grand carré ; sur]-∞ ; 0], c'est l'inverse.

Résoudre une équation ou une inéquation avec la fonction carré

Une équation $x^2 = k$ a zéro, une ou deux solutions selon le **signe de k**. Suis ces quatre étapes.

1. Isole x^2 : $3x^2 = 75$ devient $x^2 = 25$.
2. Regarde le signe de k.
3. Écris les solutions : aucune si k est négatif, seulement 0 si k vaut 0, et $\sqrt{k}$ et $-\sqrt{k}$ si k est *strictement* positif.
4. Vérifie en remplaçant dans l'équation de départ.

Pour $x^2 = 25$, les solutions sont 5 et -5, et $3 \times (-5)^2 = 75$ confirme.

Pour les inéquations, appuie-toi sur **la parabole** avec k = 4. La courbe passe sous la droite y = 4 entre les abscisses -2 et 2 : $x^2 < 4$ donne]-2 ; 2[. Elle passe au-dessus à l'extérieur : $x^2 > 4$ donne]-∞ ; -2[∪]2 ; +∞[. Avec k négatif, $x^2 < -1$ n'a aucune solution, tandis que $x^2 > -1$ est vraie pour tout réel.

Les erreurs fréquentes avec les carrés

Quatre pièges reviennent sans cesse.

- **-3^2 contre $(-3)^2$** : *sans parenthèses*, le carré ne porte que sur 3 et $-3^2 = -9$. Avec elles, $(-3)^2 = 9$.
- Solution négative oubliée : $x^2 = 9$ donne x = 3 ou x = -3.
- Inéquation mal traduite : $x^2 < 4$ donne $-2 < x < 2$, et non $x < 2$ (le nombre -5 aurait pour carré 25).
- Somme mal développée : $(2+3)^2 = 25$, alors que $2^2 + 3^2 = 13$.

Les questions qu'on nous pose

Quelle est la définition de la fonction carré et quelle est son expression ?

La fonction carré associe à chaque réel x son carré : $f(x) = x^2$. Elle est définie sur $\mathbb{R}$, sa courbe est une parabole de sommet O, et elle est paire : $f(-x) = f(x)$.

Quel est l'ensemble de définition de la fonction carré ?

C'est $\mathbb{R}$. Aucune valeur n'est interdite, car on peut toujours multiplier un nombre par lui-même. La racine carrée, elle, exige un nombre positif ou nul.

Comment calculer l'image d'un nombre par la fonction carré ?

Remplace x par le nombre, puis multiplie-le par lui-même. L'image de 7 est $7^2 = 49$, celle de -7 aussi. Mets des parenthèses autour d'un nombre négatif : sans elles, -7^2 s'écrit -49.

Comment calculer les antécédents d'un nombre par la fonction carré ?

Résous $x^2 = b$. Si b est strictement positif, il y a deux antécédents, $\sqrt{b}$ et $-\sqrt{b}$. Si b vaut 0, le seul antécédent est 0. Si b est négatif, il n'y en a aucun. Les antécédents de 20 sont donc $\sqrt{20}$ et $-\sqrt{20}$.

Comment résoudre une équation avec la fonction carré ?

Isole x^2 pour obtenir $x^2 = k$, puis observe le signe de k. Négatif : pas de solution. Nul : la solution 0. Positif : deux solutions, $\sqrt{k}$ et $-\sqrt{k}$. Pour $x^2 = 81$, $x = 9$ ou $x = -9$, puis tu vérifies.

Comment construire la courbe d'une fonction carré ?

Dresse un tableau de valeurs de -3 à 3, place les sept points $(x ; x^2)$ dans un repère orthogonal, puis relie-les par une courbe arrondie. Tu obtiens une parabole symétrique par rapport à l'axe des ordonnées, de sommet l'origine.

Retiens l'essentiel : un carré n'est jamais négatif, la parabole est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées, et $x^2 = k$ a deux solutions quand k est strictement positif. Refais les exercices sans regarder la leçon, puis compare avec la correction.

Continue sur lycee-condorcet.fr

Lycée Condorcet - Document pédagogique