Lycée Condorcet

Fonction concave : comprendre la concavité avec cours et exercices

Comprends la fonction concave en Terminale : leçon claire, exercices progressifs, correction détaillée et PDF à imprimer pour réviser.

Éducation lycée — méthodes, fi | Terminale

Une fonction dérivable est concave sur un intervalle quand sa courbe reste sous ses tangentes : sa dérivée décroît, donc sa dérivée seconde est négative ou nulle. Elle est concave si et seulement si -f est convexe.

Beaucoup croient ln convexe. Or ln''(x) = −1/x² est strictement négative sur]0 ; +∞[.

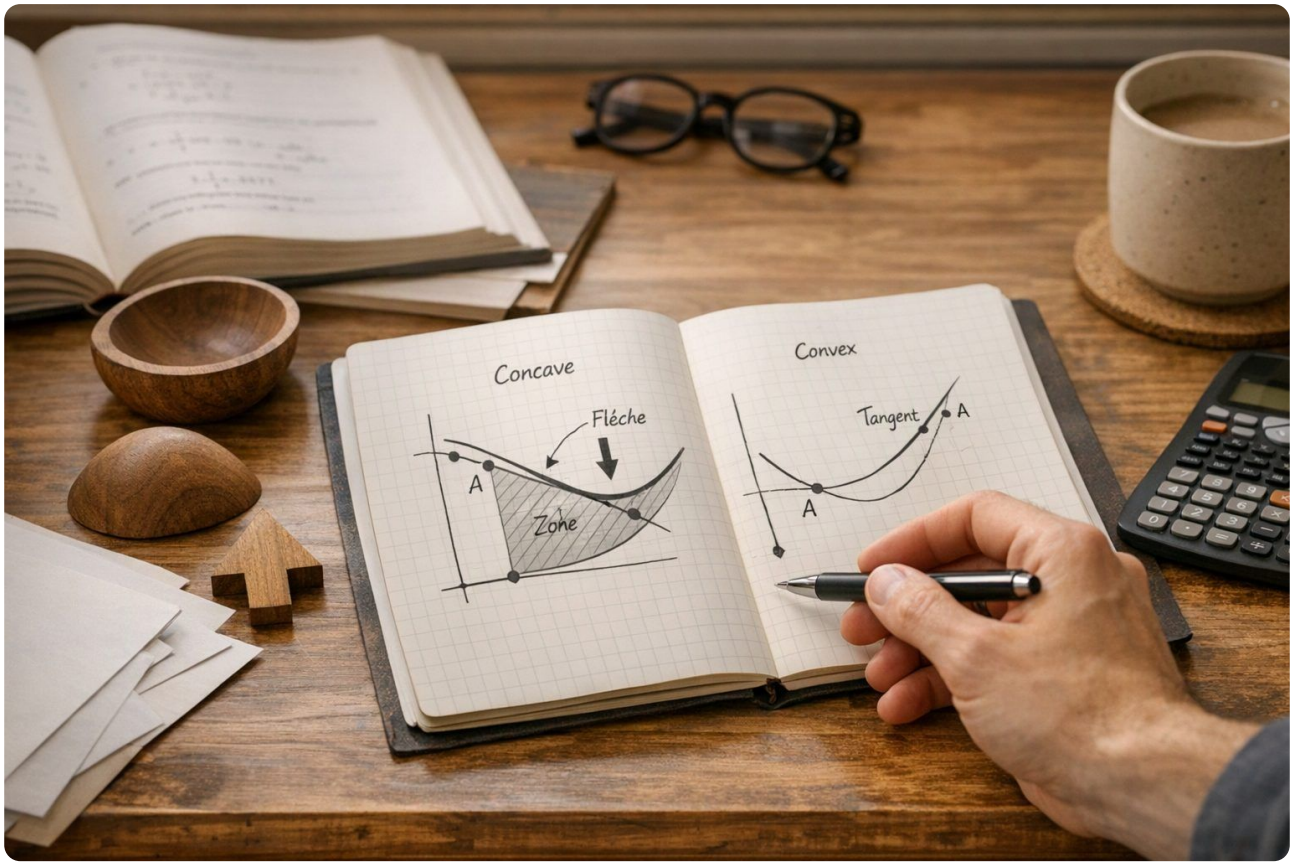
Quand une fonction est-elle concave sur un intervalle ?

Une fonction f dérivable sur I est concave quand sa courbe reste **sous toutes ses tangentes** : f' décroît, donc f'' ≤ 0. Attention à l'intervalle : le cube n'est concave que sur]-∞ ; 0].

Comment savoir si une fonction est concave avec la dérivée seconde ?

1. Dérive f deux fois pour obtenir f''.
2. Étudie le **signe de f''** sur l'intervalle choisi.
3. Si f'' ≤ 0, f est concave ; si f'' ≥ 0, elle est convexe.
4. Cherche un point d'inflexion : f'' s'annule en changeant de signe.

Pour ln, f''(x) = -1/x² < 0 sur]0 ; +∞[: ln est concave. Le cube a f''(x) = 6x, qui change de signe en 0. Pour x puissance quatre, f''(x) = 12x² s'annule sans changer de signe : pas d'inflexion.



Ne plus confondre concave et convexe grâce à trois repères

L'erreur classique associe concave à f'' positive. Trois repères : la courbe passe sous ses tangentes ; la **f'' est négative** ; le carré est convexe, ln concave. Les exercices suivants sont corrigés en fin de page.

À retenir : justifie le signe de f'' sur un intervalle entier, jamais en un point.

Vos questions

Quelle est la différence entre une fonction convexe et une fonction concave ?

Convexe : courbe au-dessus de ses tangentes, f'' ≥ 0. Concave : en dessous, f'' ≤ 0.

Quand une fonction est-elle convexe ?

Quand sa courbe reste au-dessus de ses tangentes, soit f'' ≥ 0 sur I. Le carré l'est.

Quand une fonction est-elle concave ?

Quand elle reste sous ses tangentes, soit f'' ≤ 0 sur I. ln l'est sur]0 ; +∞[.

Comment savoir si une fonction est concave ?

Dérive deux fois, étudie le signe de f''. Pour $-x^2 + 3x$, f'' = -2 : concave.

Qu'est-ce qu'une courbe concave ?

Une courbe en arche, dont la pente de tangente diminue de gauche à droite.

Qu'est-ce qu'une forme concave ?

Une forme dont un segment joignant deux points sort de la forme, comme un croissant.

Imprime le PDF, fais les exercices sans regarder la correction.

Continue sur lycee-condorcet.fr

Lycée Condorcet - Document pédagogique