Lycée Condorcet

Fonction paire : définition, méthode et exemples simples

Comprends vite ce qu’est une fonction paire : définition, domaine, symétrie, exemples et méthode simple pour réussir les exercices.

Éducation lycée — méthodes, fi

Mis à jour le 29 avril 2026

Une fonction est paire si, pour tout x de son ensemble de définition, on a f(-x) = f(x). Cette propriété n’a de sens que si le domaine est symétrique par rapport à 0 ; graphiquement, la courbe est alors symétrique par rapport à l’axe des ordonnées.

Tu hésites entre « paire » et « impaire » au moment d’un exercice ? C’est très fréquent au lycée, surtout quand on va trop vite sur le calcul. En classe, je conseille toujours la même vérification : regarder d’abord l’ensemble de définition, puis comparer f(-x) et f(x), et seulement ensuite interpréter le résultat sur le graphique. Cette méthode évite la plupart des erreurs classiques. Elle permet aussi de comprendre pourquoi certaines fonctions très connues, comme x^2 ou |x|, sont paires, alors que d’autres ne le sont pas du tout.

En bref : les réponses rapides

Une fonction peut-elle être à la fois paire et impaire ? — Oui, mais seulement dans un cas particulier : la fonction nulle sur un domaine symétrique. Elle vérifie à la fois f(-x)=f(x) et f(-x)=-f(x).

Une fonction peut-elle être ni paire ni impaire ? — Oui, c’est même le cas le plus fréquent. Dès que f(-x) n’est ni égal à f(x) ni à -f(x), la fonction n’a pas de parité.

Le domaine doit-il forcément être symétrique pour parler de fonction paire ? — Oui. Si l’ensemble de définition n’est pas symétrique par rapport à 0, la fonction ne peut pas être paire ni impaire au sens usuel.

La symétrie graphique suffit-elle pour démontrer qu’une fonction est paire ? — Non, elle permet surtout de conjecturer. En exercice, on attend en général une preuve algébrique à partir de f(-x).

Qu’est-ce qu’une fonction paire ? Définition simple et réponse rapide

Une **fonction paire** vérifie, pour tout réel x de son **ensemble de définition**, l’égalité $f(-x)=f(x)$. Son domaine doit donc être symétrique par rapport à 0. Graphiquement, sa **courbe représentative** admet une symétrie par rapport à l’**axe des ordonnées**.

La **définition fonction paire** s’écrit de façon précise ainsi : une fonction f est paire si, pour tout x appartenant à son ensemble de définition, $-x$ appartient aussi à cet ensemble et si l’on a $f(-x)=f(x)$. Cette double condition compte. Beaucoup d’élèves retiennent seulement l’égalité, alors que la question du domaine est décisive. En langage simple, cela signifie que la fonction donne la *même valeur* à deux nombres opposés, par exemple 2 et -2. Si $f(2)=f(-2)$ pour tous les nombres autorisés, la fonction peut être paire. En revanche, si certains opposés manquent dans le domaine, on ne peut pas parler correctement de **parité d'une fonction**. Cette notion apparaît très tôt au lycée, notamment avec les **fonctions de référence**, car elle aide à lire une formule, à anticiper une courbe et à gagner du temps dans un exercice.

La condition sur l’**ensemble de définition** est souvent oubliée, alors qu’elle sert de filtre immédiat. Si une fonction est définie seulement sur $[0;+\infty[$, elle ne peut pas être paire sur cet intervalle, puisque si $x=3$ est admis, -3 ne l’est pas. Par conséquent, le test de parité commence toujours par cette vérification. Ensuite seulement, on compare $f(-x)$ et $f(x)$. Si les deux expressions sont égales pour tout x du domaine, la fonction est paire. Si l’on obtient au contraire $f(-x)=-f(x)$, la fonction est impaire. Et si aucune des deux relations ne marche, elle est *ni paire ni impaire*. Cette classification est classique en Seconde et en Première, car elle relie calcul algébrique, lecture graphique et raisonnement sur les conditions de définition.

La lecture graphique est très utile pour contrôler un résultat. Quand une fonction est paire, sa **courbe représentative** se reflète de part et d’autre de l’**axe des ordonnées**. Si un point de coordonnées $(a;f(a))$ appartient à la courbe, alors le point $(-a;f(a))$ y appartient aussi. C’est exactement la traduction géométrique de $f(-x)=f(x)$. Parmi les exemples de base, $f(x)=x^2$ est paire, car $(-x)^2=x^2$. La fonction valeur absolue, $f(x)=|x|$, est aussi paire, puisque $|-x|=|x|$. Le **cosinus** vérifie également cette propriété : $\cos(-x)=\cos(x)$. En revanche, $f(x)=x+1$ n’est pas paire, car $f(-x)=-x+1$, ce qui n’est pas égal à $x+1$ en général. Ces exemples fixent bien la notion de **parité d'une fonction** rencontrée au lycée.

À retenir

Pour reconnaître une **fonction paire**, vérifie d'abord que le domaine est symétrique par rapport à 0, puis teste l'égalité $f(-x)=f(x)$. Si elle est vraie pour tout x admis, la courbe est symétrique par rapport à l'**axe des ordonnées**.

Comment savoir si une fonction est paire ou impaire : la méthode qui marche à tous les coups

Pour **déterminer la parité** d'une fonction, suis toujours la même **méthode**. Vérifie d'abord que l'**ensemble de définition** est un **domaine symétrique** par rapport à 0. Puis calcule $f(-x)$. Si tu obtiens $f(x)$, la fonction est paire. Si tu obtiens $-f(x)$, elle est impaire. Sinon, elle n'est *ni paire ni impaire*.

La vraie question, quand on cherche **comment savoir si une fonction est paire ou impaire**, n'est pas graphique mais algébrique. Le dessin peut aider, néanmoins il trompe vite si la courbe est imprécise. En contrôle, la méthode sûre tient en cinq gestes. Tu regardes d'abord le **domaine** : si x appartient à l'ensemble de définition, alors $-x$ doit aussi y appartenir. Sans cette symétrie, aucune parité n'est possible. Ensuite seulement, tu calcules $f(-x)$. Tu compares alors avec $f(x)$ et avec $-f(x)$. Si $f(-x)=f(x)$ pour tout x du domaine, la fonction est paire ; si $f(-x)=-f(x)$, c'est une **fonction impaire**. Par conséquent, la conclusion attendue par les correcteurs est rigoureuse : *“Le domaine est symétrique par rapport à* 0 *et, pour tout* x *de* D*, on a … ; donc* f *est paire/impaire.”*

Voici trois cas typiques. Pour $f(x)=x^2+4$, le domaine est $\mathbb{R}$, donc symétrique. On calcule $f(-x)=(-x)^2+4=x^2+4=f(x)$. La fonction est donc **paire**, et sa courbe admet l'**axe des ordonnées** comme axe de symétrie. Pour $g(x)=\frac{x+1}{x^2+1}$, le domaine est encore $\mathbb{R}$, mais $g(-x)=\frac{1-x}{x^2+1}$. Cette expression n'est égale ni à $g(x)$ ni à $-g(x)$; la fonction est donc **ni paire ni impaire**. Enfin, pour $h(x)=x^2$ définie sur $[0;5]$, beaucoup d'élèves répondent trop vite “paire” parce que la formule contient un carré. C'est faux ici : le domaine n'est pas symétrique, puisque si 3 appartient à $[0;5]$, alors -3 n'y appartient pas.

Cette procédure vaut mieux qu'une intuition visuelle seule, car elle évite les erreurs de lecture. Une courbe peut sembler symétrique sans l'être exactement. En revanche, l'algèbre tranche. Si la fonction est paire, la courbe est symétrique par rapport à l'**axe des ordonnées**. Si elle est impaire, la symétrie se fait par rapport à l'**origine du repère**. Mais cette propriété graphique vient *après* le calcul, pas avant. J'insiste sur trois pièges fréquents : oublier le domaine, conclure après un seul exemple numérique, ou confondre *nombre pair* et *fonction paire*. Un bon réflexe consiste à garder un mini-tableau mental : domaine non symétrique $\Rightarrow$ pas de parité ; domaine symétrique et $f(-x)=f(x)$ $\Rightarrow$ paire ; domaine symétrique et $f(-x)=-f(x)$ $\Rightarrow$ impaire.

À retenir
Pour une **fonction paire ou impaire**, commence toujours par le **domaine symétrique**. Ensuite seulement, compare $f(-x)$ à $f(x)$ et à $-f(x)$. C'est la méthode la plus fiable au lycée.

Comment montrer qu'une fonction est paire ou impaire ? — Mathemax

Rédiger une conclusion correcte dans un exercice

Pour conclure correctement, écris toujours **le domaine**, puis l'égalité testée, puis la nature de la fonction. Modèle suffisant : « Comme le domaine est symétrique par rapport à 0 et que, pour tout x du domaine, $f(-x)=f(x)$, f **est paire**. » Variante : « Comme, pour tout x du domaine, $f(-x)=-f(x)$, f **est impaire**. » Enfin : « Le domaine est symétrique, mais on n'a ni $f(-x)=f(x)$ ni $f(-x)=-f(x)$; f **n'est ni paire ni impaire**. » Une justification incomplète serait : « la courbe est symétrique » ou « on voit que la fonction est paire ». C'est trop vague. En revanche, une conclusion correcte relie **calcul algébrique** et propriété finale. Si le domaine n'est pas symétrique, la conclusion doit le dire explicitement : la fonction ne peut alors être ni paire ni impaire, *même si* l'expression semble suggérer une symétrie.

Reconnaître une fonction paire sur un graphique et dans les fonctions de référence

Graphiquement, une **fonction paire** se repère par une **symétrie** par rapport à l'axe des ordonnées. Si un point de la **courbe représentative** a pour coordonnées $(x;y)$, alors le point $(-x;y)$ appartient aussi à la courbe. Cette lecture visuelle aide beaucoup, mais elle ne remplace pas la vérification algébrique : on doit toujours contrôler que $f(-x)=f(x)$ sur un domaine symétrique.

Le lien entre calcul et **représentation graphique** est direct. Quand une fonction vérifie $f(-x)=f(x)$ pour tout x de son domaine, les images de x et de $-x$ sont égales ; la courbe possède donc une **symétrie** d'axe vertical, ici l'axe des ordonnées. Sur un repère, cela signifie qu'un point placé à droite se retrouve à gauche à la même hauteur. En revanche, pour une **fonction impaire graphique**, on observe une symétrie par rapport à l'**origine du repère**, car $f(-x)=-f(x)$. Les deux lectures se complètent bien au lycée : l'algèbre prouve, le graphique confirme ou permet de repérer vite une erreur de tracé. Si le domaine n’est pas symétrique, la question de la parité ne se pose pas correctement, même si la courbe semble équilibrée à l’œil.

Parmi les **fonctions de référence**, plusieurs donnent un **fonction paire exemple** très classique. La fonction $x \mapsto x^2$ est paire, tout comme $x \mapsto x^4$, car $(-x)^2 = x^2$ et $(-x)^4 = x^4$. La **valeur absolue**, $x \mapsto |x|$, est aussi paire puisque $|-x| = |x|$. En trigonométrie, le **cosinus** vérifie $\cos(-x) = \cos(x)$, donc sa courbe est symétrique par rapport à l’axe des ordonnées. Pour comparer, $x \mapsto x$, $x \mapsto x^3$ et le **sinus** sont impairs, car $-x$, $(-x)^3$ et $\sin(-x)$ changent de signe. Cette distinction aide à lire plus vite un graphique : si vous connaissez la moitié droite d’une courbe paire, vous complétez aussitôt la moitié gauche par symétrie. C’est très utile dans les exercices de cours et d’entraînement au lycée.

Toute fonction n’est pourtant ni paire ni impaire. Un domaine peut être symétrique sans que la relation $f(-x) = f(x)$ ou $f(-x) = -f(x)$ soit vraie. Par exemple, $f(x) = x + 1$ sur $\mathbb{R}$ n’est dans aucun des deux cas. Pour aller un peu plus loin, on peut aussi parler de **partie paire et partie impaire** d’une fonction : toute fonction définie sur un domaine symétrique peut se décomposer en une somme d’une partie paire et d’une partie impaire, ce qui éclaire certains calculs sans dépasser le niveau attendu au lycée. Dans les ressources de **mathématiques** de Seconde et de Première, cette idée sert surtout à mieux relier formule, tableau de valeurs et courbe.

Exercices corrigés : montrer qu’une fonction est paire, impaire ou ni l’une ni l’autre

Pour réussir un **exercice corrigé** sur la parité, garde toujours la même routine : vérifier le **domaine**, calculer $f(-x)$, comparer avec $f(x)$ et, seulement ensuite, relier au graphique. Cette méthode, attendue au **lycée** dans le **programme officiel**, suffit pour traiter un cas simple, un quotient, une racine ou une lecture de courbe.

Exemple très simple : $f(x) = x^2 + 3$. Son domaine est $\mathbb{R}$, qui est bien symétrique par rapport à 0. On calcule alors $f(-x) = (-x)^2 + 3 = x^2 + 3 = f(x)$. La fonction est donc **paire**. Sa courbe admet une symétrie par rapport à l’axe des ordonnées. Autre cas classique, souvent posé en **révision bac** : $g(x) = x^3 - 2x$. Ici encore, le domaine est $\mathbb{R}$. Mais $g(-x) = (-x)^3 - 2(-x) = -x^3 + 2x = -(x^3 - 2x) = -g(x)$. La fonction est donc **impaire**. Sa courbe est symétrique par rapport à l’origine. Ces deux modèles constituent la base de tout sujet de *mathématiques* sur la **fonction paire exemple**.

Passons à un exercice intermédiaire avec quotient : $h(x) = \frac{x}{x^2+1}$. Le domaine est $\mathbb{R}$, car $x^2 + 1 \neq 0$ pour tout réel x. On calcule $h(-x) = \frac{-x}{(-x)^2+1} = \frac{-x}{x^2+1} = -h(x)$. La fonction est impaire. En revanche, pour $k(x) = \frac{x+1}{x-1}$, le domaine vaut $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. Ce domaine n’est pas symétrique, car -1 appartient au domaine mais pas 1. On peut donc conclure immédiatement : k n’est **ni paire ni**

impaire, même sans poursuivre le calcul. C'est un vrai piège de **fonction paire et impaire exercice corrigé** : la question du domaine passe avant toute manipulation algébrique.

> **Erreurs fréquentes**
> Oublier de tester le domaine. Simplifier de travers dans $f(-x)$. Croire qu'une courbe *a l'air* symétrique sans preuve. Confondre parité et signe : une fonction positive n'est pas forcément paire, et une fonction négative n'est jamais, pour cette seule raison, impaire.

Voici un cas mêlant graphique et calcul : $m(x)=|x|$. Algébriquement, $m(-x)=|-x|=|x|$, donc m est paire. Graphiquement, la courbe en forme de V confirme la symétrie par rapport à l'axe des ordonnées. En revanche, pour $n(x)=\sqrt{x}$, le domaine est $[0;+\infty[$. Il n'est pas symétrique par rapport à 0 ; la fonction n'est donc ni paire ni impaire. Ce type de question apparaît souvent dans les fiches **fonction paire et impaire pdf** proposées par **Eduscol** ou dans des annales de **bac**. **Bonus du prof** : repérer une parité permet souvent d'alléger l'étude d'une courbe, et parfois de simplifier certains calculs d'aires ou d'intégrales au niveau terminale. Pour vérifier le niveau attendu, tu peux consulter les ressources officielles sur **Education.gouv** et **Eduscol**.

Le cas piège : domaine non symétrique

Une fonction ne peut **jamais** être **paire** si son **ensemble de définition** n'est pas symétrique par rapport à 0. C'est le test le plus rapide. Si x appartient au domaine mais que $-x$ n'y appartient pas, la relation $f(-x)=f(x)$ n'a même pas de sens pour toutes les valeurs utiles.

Prenez $f(x)=x^2$ définie seulement sur $[0;+\infty[$. L'expression x^2 paraît pourtant parfaitement "équilibrée", car sur $\mathbb{R}$ on aurait bien $(-x)^2=x^2$. En revanche, ici, le domaine bloque la parité : 2 est autorisé, mais -2 ne l'est pas. On ne peut donc pas comparer $f(-2)$ et $f(2)$. Par conséquent, la fonction n'est pas paire *en tant que fonction définie sur cet intervalle*. En exercice, commence toujours par cette vérification. Elle évite une conclusion fausse, même avec une formule qui semble symétrique.

Pourquoi la parité d'une fonction est utile au lycée

La parité sert surtout à **gagner du temps** dans l'étude d'une fonction. Elle permet de repérer une **symétrie de la fonction**, de tracer plus vite une courbe et de contrôler un résultat algébrique. Au lycée, son utilité de la parité est très concrète : lire, vérifier, simplifier.

Dans le **cours de mathématiques** au lycée, la **propriété d'une fonction paire** n’est pas une définition isolée. C’est un outil de méthode, directement utile pour l’étude qualitative des fonctions attendue par le **programme de mathématiques** de l’**Éducation nationale**. Si une fonction est paire, alors $f(-x)=f(x)$ sur un ensemble de définition symétrique par rapport à 0. Par conséquent, la courbe admet une **symétrie** par rapport à l’axe des ordonnées. Cette information réduit le travail graphique : vous pouvez étudier la fonction sur $[0;+\infty[$, puis compléter l’autre moitié par reflet. En contrôle, c’est un vrai gain de temps. En revanche, cette économie n’est valable que si le domaine est bien adapté ; une égalité algébrique ne suffit pas si $-x$ n’appartient pas toujours à l’ensemble de définition.

Cette notion aide aussi à **vérifier une conjecture**. Devant une courbe qui semble symétrique, vous ne restez pas au stade de l’impression visuelle : vous testez le domaine, puis vous comparez $f(-x)$ et $f(x)$. La démarche devient rigoureuse, ce que recommandent les ressources **Eduscol** lorsqu’elles insistent sur l’articulation entre calcul et lecture graphique. La parité éclaire également les fonctions de référence, par exemple $x\mapsto x^2$ ou $x\mapsto \cos(x)$, dont la symétrie se lit immédiatement et sert ensuite de modèle. Plus tard, l’idée réapparaît de façon plus technique : simplification d’intégrales sur $[-a;a]$, séparation d’une fonction en partie paire et impaire, ou lecture de symétries dans certains modèles mathématiques. Retenez donc la bonne méthode en une phrase : *on vérifie d’abord le domaine, puis on compare $f(-x)$ et $f(x)$, avant d’interpréter le résultat sur la courbe*. La FAQ qui suit répond justement aux cas où cette méthode fait hésiter.

comment savoir si une fonction est paire ou impaire

Pour le savoir, je vérifie d’abord que le domaine est symétrique par rapport à 0. Ensuite, je calcule f(-x). Si j’obtiens f(-x)=f(x), la fonction est paire. Si j’obtiens f(-x)=-f(x), elle est impaire. Si aucune de ces égalités n’est vraie pour tout x du domaine, la fonction n’est ni paire ni impaire.

Comment montrer qu'un nombre est pair ou impair ?

Un nombre entier est pair s’il peut s’écrire 2n, avec n entier. Il est impair s’il peut s’écrire 2n+1. Pour le montrer, je cherche donc cette écriture. On peut aussi regarder le reste dans la division par 2 : reste 0, le nombre est pair ; reste 1, il est impair.

Comment montrer qu'une fonction est symétrique ?

Il faut préciser le type de symétrie. Une fonction paire a une courbe symétrique par rapport à l’axe des ordonnées : on montre alors que f(-x)=f(x). Une fonction impaire a une symétrie centrale par rapport à l’origine : on montre que f(-x)=-f(x). Dans les deux cas, le domaine doit être symétrique par rapport à 0.

Comment définir une fonction paire ou impaire ?

Une fonction est paire si, pour tout x de son domaine, on a $f(-x)=f(x)$. Elle est impaire si, pour tout x de son domaine, on a $f(-x)=-f(x)$. Ces définitions supposent que si x appartient au domaine, alors -x y appartient aussi. Sans cette condition, on ne peut pas conclure correctement.

Comment savoir si une fonction est paire ?

Je remplace x par -x dans l'expression de la fonction, puis je simplifie. Si je retrouve exactement f(x), la fonction est paire, à condition que son domaine soit symétrique par rapport à 0. Par exemple, $f(x)=x^2+3$ est paire, car $f(-x)=(-x)^2+3=x^2+3=f(x)$.

Quelles sont les fonctions paires ?

Parmi les fonctions paires classiques, on trouve x^2, x^4, $|x|$, cos(x) et, plus généralement, les polynômes ne contenant que des puissances paires de x. Leur courbe est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées. En revanche, une somme de termes pairs et impairs n'est en général ni paire ni impaire.

Comment savoir si la fonction est pair ou impair ?

La méthode est toujours la même : je calcule f(-x) et je compare avec f(x). Si $f(-x)=f(x)$, la fonction est paire. Si $f(-x)=-f(x)$, elle est impaire. Avant cela, je vérifie que le domaine est symétrique par rapport à 0. Sinon, la question n'a pas de sens dans ce cadre.

Comment faire une fonction paire ?

Pour construire une fonction paire, je choisis une expression qui ne change pas quand je remplace x par -x. C'est le cas des puissances paires, de $|x|$ ou de cos(x). On peut aussi partir de n'importe quelle fonction g et former $g(x)+g(-x)$: le résultat est toujours une fonction paire.

Pour reconnaître une fonction paire, retiens une règle simple : domaine symétrique par rapport à 0, puis égalité $f(-x) = f(x)$. Si cette étape est validée, tu peux confirmer avec la symétrie de la courbe par rapport à l'axe des ordonnées. En contrôle comme au bac, cette méthode en trois temps est la plus sûre. Tu peux maintenant t'entraîner avec quelques fonctions de référence et vérifier systématiquement chaque étape.