Lycée Condorcet

Image et antécédent : les comprendre et les trouver en Seconde

Apprends à calculer et lire une image ou un antécédent par formule, tableau ou courbe. Leçon, exercices, correction détaillée et PDF à imprimer.

Éducation lycée — méthodes, fi

Seconde

L'image d'un nombre x par une fonction f est le nombre f(x) que la fonction lui associe. Un antécédent d'un nombre y est un nombre x tel que f(x) = y. Un nombre a au plus une image, mais il peut avoir plusieurs antécédents, un seul, ou aucun.

Pour f(x) = x² − x + 1, le nombre 1 possède deux antécédents : 0 et 1. Beaucoup d'élèves pensent pourtant qu'un antécédent est toujours unique, et c'est là que les points se perdent. Cette fiche distingue les deux sens de lecture, par formule, tableau ou courbe, avec une même vérification finale.

Image et antécédent : deux mots pour deux sens de lecture

Prénom : _____ Date : _____

L'image se calcule depuis x. L'antécédent se cherche depuis le résultat.

À la fin de cette fiche, tu sais calculer et lire une image ou un antécédent par formule, par tableau ou sur une courbe. Le sujet appartient au chapitre *Notion de fonction, image et antécédent* de Seconde.

Une fonction f associe à chaque nombre x un nombre noté f(x), ce que l'on écrit f : x ↦ f(x). Le nombre f(x) est l'**image** de x.

Si f(x) = y, alors x est un **antécédent** de y.

Le nombre x est la variable. Sur une courbe, l'antécédent se lit en abscisse et l'image en ordonnée. Un nombre a au plus une image, puisque la fonction

donne un seul résultat. Un antécédent, lui, peut être unique, multiple ou absent. Prends g(x) = 2x + 3 : l'image de 4 est 11, et un antécédent de 11 est 4.

Ce que tu dois maîtriser avant de commencer

Quatre gestes suffisent, chacun avec son test. Premier geste, repérer un point : place B(−1 ; 4), une unité à gauche de l'origine et quatre vers le haut. Deuxième, calculer avec un relatif : 3x − 2 pour x = −5 donne 3 × (−5) − 2 = −17. Troisième, **résoudre une équation** du premier degré : 2x + 3 = 9 donne x = 3. Quatrième, lire un tableau à deux lignes : sous x = 2, quel nombre lis-tu ? Coche chaque geste dès que ton test réussit.

Calculer une image ou un antécédent avec la formule

Avec une formule, une image demande un calcul et un antécédent demande une équation. Prends g(x) = 2x + 3 : g(4) = 2 × 4 + 3 = 11, puis 2x + 3 = 9 donne x = 3. Voici la méthode complète.

1. Repère ce que la question donne : le nombre de départ x, ou le résultat f(x).
2. Pour une image, remplace x par ce nombre et calcule.
3. Pour un antécédent, pose f(x) égal au nombre cherché.
4. Résous l'équation : 2x + 3 = 9 donne 2x = 6, donc x = 3.
5. Vérifie en recalculant l'image : g(3) = 2 × 3 + 3 = 9, on retrouve bien 9.

Les nombres négatifs piègent souvent. **Mets le nombre entre parenthèses** dès que tu remplaces x. Pour g(−2), écris 2 × (−2) + 3 = −1, et non 2 × −2 + 3. Ce contrôle final attrape les erreurs de signe, et tu le retrouveras dans chaque méthode.

L'erreur qui inverse x et f(x)

« g(9) » et « l'antécédent de 9 » ne demandent pas la même chose. Avec g(x) = 2x + 3, g(9) = 2 × 9 + 3 = 21 : c'est l'image de 9. L'antécédent de 9 est le x qui vérifie 2x + 3 = 9, soit x = 3. Retiens : **l'antécédent est le point de départ**, l'image est le résultat. Si tu n'as écrit aucune équation, tu as sans doute cherché une image.

Lire une image ou un antécédent dans un tableau de valeurs

Dans un tableau de valeurs, la première ligne donne les nombres x et la seconde leurs images f(x). Pour une image, pars de x et lis en dessous. Pour un antécédent, pars de f(x), remonte, et repère toutes les cases identiques. Voici $f(x) = x^2 - x + 1$ sur les entiers de -2 à 2.

x	−2	−1	0	1	2
f(x)	7	3	1	1	3

L'image de -2 est 7. Le nombre 1 apparaît deux fois : il a deux antécédents, 0 et 1. Le nombre 3 aussi, avec -1 et 2. Contrôle : $f(2) = 4 - 2 + 1 = 3$, donc 2 est bien un antécédent de 3.

Une nuance évite un faux raisonnement. Le nombre 2 n'apparaît pas dans la seconde ligne, mais cela ne prouve rien : le tableau ne liste que cinq valeurs de x. Un nombre **absent du tableau** n'a pas d'antécédent *parmi les valeurs listées*, ce qui est différent d'en être privé. Ici, 2 possède deux antécédents non entiers, situés près de $-0{,}6$ et de 1,6.

Lire une image ou un antécédent sur la courbe

Pour une image, pars de x sur l'axe horizontal, monte ou descends jusqu'à la courbe, puis rejoins l'axe vertical. Pour un antécédent, pars de y sur l'axe vertical, trace l'horizontale et lis l'abscisse de **chaque point d'intersection** avec la courbe.

Prends la courbe de $f(x) = x^2 - x + 1$ sur $[-2 ; 2]$. Elle passe par $(-2 ; 7)$, $(0 ; 1)$, $(1 ; 1)$ et $(2 ; 3)$. Depuis $x = 2$, tu montes jusqu'au point $(2 ; 3)$ et tu lis 3. Depuis $y = 1$, l'horizontale coupe la courbe en deux points, d'abscisses 0 et 1.

Une lecture graphique reste approchée. Quand le point ne tombe pas sur un croisement du quadrillage, écris « *environ* ». Si la formule est connue, recalcule f de l'abscisse lue : ici, $f(0) = 1$ et $f(1) = 1$ confirment la lecture.

Un antécédent peut manquer ou se répéter

Erreur fréquente : croire qu'un antécédent est unique. C'est l'image qui l'est. Avec $f(x) = x^2 + 1$, le nombre -3 n'a aucun antécédent : x^2 est positif ou nul,

donc $x^2 + 1$ reste supérieur ou égal à 1, et $x^2 + 1 = -3$ est impossible. Avec $f(x) = x^2 - x + 1$, le nombre 1 en a deux, 0 et 1. On cherche tous les antécédents, pas seulement le premier trouvé.

Deux exemples résolus pour vérifier ta méthode

Soigne la rédaction autant que le calcul.

Exemple 1, avec $g(x) = 2x + 3$. Écris « $g(4) = 2 \times 4 + 3 = 11$, donc l'image de 4 est 11 ». Pour l'antécédent de 9, pose $2x + 3 = 9$, d'où $x = 3$. Conclus par une phrase complète, puis contrôle : $g(3) = 9$.

Exemple 2, avec $f(x) = x^2 - x + 1$. On calcule $f(-1) = 1 + 1 + 1 = 3$. Pour les antécédents de 3, on résout $x^2 - x + 1 = 3$, soit $x^2 - x - 2 = 0$, qui se factorise en $(x - 2)(x + 1) = 0$. **Un produit est nul lorsqu'un de ses facteurs l'est**, donc $x = 2$ ou $x = -1$. Développe $(x - 2)(x + 1)$ pour contrôler : tu retrouves $x^2 - x - 2$. Vérification : $f(2) = 3$ et $f(-1) = 3$.

> **À retenir** : l'image est le résultat f(x), l'antécédent est le nombre de départ. Une image est unique, les antécédents peuvent être plusieurs ou absents. Recalcule toujours pour vérifier.

Qu'est-ce que l'image d'un nombre par une fonction ?

C'est le résultat que la fonction associe à ce nombre. Si $f(x) = y$, alors y est l'image de x. Une fonction donne un seul résultat pour chaque nombre de départ, donc un nombre possède une seule image. Pour $g(x) = 2x + 3$, l'image de 4 est 11.

Comment trouver l'image d'une fonction ?

Avec une formule, remplace x par le nombre et calcule, en plaçant les négatifs entre parenthèses. Dans un tableau, lis la case située sous x. Sur une courbe, pars de l'axe des abscisses, rejoins la courbe, puis lis l'ordonnée.

Quelle est l'image de 1 par la fonction f ?

C'est f(1). Remplace x par 1 dans la formule : avec f(x) = x² − x + 1, tu obtiens 1 − 1 + 1 = 1. Dans un tableau, lis sous x = 1 ; sur une courbe, lis l'ordonnée du point d'abscisse 1.

Où se trouvent l'image et l'antécédent sur un graphique ?

L'antécédent se lit sur l'axe des abscisses, l'image sur l'axe des ordonnées. Dans un tableau de valeurs, les antécédents sont sur la première ligne et les images sur la seconde. Retiens : x pour l'antécédent, f(x) pour l'image.

Quelle est la différence entre l'image et l'antécédent ?

L'image est le résultat, l'antécédent est le point de départ. Avec g(x) = 2x + 3, le nombre 11 est l'image de 4, et 4 est un antécédent de 11. L'image se calcule ; l'antécédent s'obtient en résolvant l'équation f(x) = y.

Un nombre peut-il avoir plusieurs antécédents, ou aucun ?

Oui. Avec f(x) = x² − x + 1, le nombre 1 a deux antécédents, 0 et 1. Avec x² + 1, le nombre −3 n'en a aucun, car x² + 1 est toujours supérieur ou égal à 1. L'image, elle, reste unique.

Continue sur lycee-condorcet.fr

Lycée Condorcet - Document pédagogique