Lycée Condorcet

Intégrale : comprendre la définition et la calculer en Terminale

Intégrale en Terminale : définition, aire, primitive, méthode et erreurs fréquentes pour réussir les exercices du bac.

Éducation lycée — méthodes, fi

Mis à jour le 29 avril 2026

Une intégrale mesure une accumulation sur un intervalle et se note ∫ab f(x) dx. En Terminale, elle se calcule souvent grâce à une primitive et représente une aire sous la courbe seulement si la fonction reste positive.

Tu as peut-être déjà vu un résultat d'intégrale correct… avec une interprétation graphique fausse. C'est très fréquent en Terminale : on confond aire et intégrale signée, surtout quand la courbe coupe l'axe des abscisses. En classe comme en TD, je constate que le blocage vient rarement du calcul seul. Le vrai enjeu est de comprendre ce que mesure l'intégrale, comment la relier à une primitive, et à quel moment le signe change tout. Si tu clarifies ces trois points, une grande partie des exercices du bac devient beaucoup plus lisible.

En bref : les réponses rapides

Quelle différence entre aire et intégrale signée ? — L'aire géométrique additionne toutes les surfaces en valeur positive. L'intégrale signée soustrait les parties situées sous l'axe des abscisses.

Comment savoir s'il faut découper l'intervalle ? — Il faut découper l'intervalle dès que la courbe coupe l'axe des abscisses ou que le signe de la fonction change. Cela évite les erreurs d'interprétation.

Quelles erreurs font perdre des points au bac sur les intégrales ? — Les erreurs les plus fréquentes sont l'inversion des bornes dans F(b)-F(a), l'oubli des parenthèses, une primitive fausse et la confusion entre aire et intégrale.

Quels types de fonctions peut-on intégrer facilement en Terminale ? — Surtout les polynômes, les fonctions affines et certaines sommes simples. Selon les chapitres étudiés, l'exponentielle peut aussi apparaître.

Intégrale définition : ce qu'il faut comprendre dès le départ

En **Terminale générale**, une intégrale mesure une **accumulation** sur un intervalle. Si la fonction reste positive, elle correspond à l'aire sous la courbe. En revanche, si la fonction change de signe, l'**intégrale maths** devient une aire algébrique : les zones sous l'axe des abscisses comptent négativement et peuvent compenser une partie des zones positives.

L'**intégrale définition**, au programme de l'**Éducation nationale** et présentée dans les ressources **Eduscol**, reste volontairement simple : pour une fonction f continue sur $[a;b]$, l'expression

$$\int_a^b f(x)\,dx$$

désigne un nombre. Le **symbole intégrale** $\int$ se lit “intégrale de”. Les nombres a et b sont les bornes de l'intervalle étudié, $f(x)$ est la quantité que l'on additionne en continu, et dx indique que cette accumulation se fait selon la variable x. L'idée essentielle n'est donc pas seulement géométrique. Elle est aussi dynamique : on additionne une infinité de petites contributions. C'est cela, le **calcul intégral** au niveau Terminale. Si $f(x) \geq 0$ sur $[a;b]$, l'intégrale coïncide avec l'aire sous la courbe. Néanmoins, si f prend des valeurs négatives, il ne faut plus parler d'aire au sens usuel, mais d'*aire algébrique*.

Le lien avec la **primitive** arrive très vite, car c'est l'outil pratique pour calculer une intégrale. Si F est une primitive de f sur $[a;b]$, alors le **théorème fondamental de l'analyse** donne la formule centrale :

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a).$$

Autrement dit, intégrer une fonction revient, en Terminale, à trouver une primitive puis à calculer une différence de valeurs. Cette articulation entre dérivée, primitive et intégrale est le cœur du chapitre. Elle explique aussi pourquoi on définit souvent la fonction $x \mapsto \int_a^x f(t)\,dt$: sous les hypothèses du programme, sa dérivée vaut $f(x)$. Vous retrouvez ainsi une chaîne logique claire : dériver, c'est mesurer une variation instantanée ; intégrer, c’est reconstituer une accumulation globale. **Wikipédia** emploie parfois un vocabulaire plus large, mais au lycée, ce cadre suffit largement pour le bac.

Un dernier point évite bien des confusions de langage. En français courant, *intégrale* peut désigner une édition complète, comme les œuvres intégrales d’un auteur, ou quelque chose de total. En mathématiques, le mot a un sens précis : il désigne un nombre associé à une fonction sur un intervalle. Le programme ne traite ni les intégrales impropres ni la théorie de *Lebesgue*, qui relèvent d’études plus avancées. Cette précision compte, car le champ sémantique du terme est large sur le web. Pour le bac, retenez une définition opératoire et rigoureuse : une intégrale mesure une accumulation, se note

$$\int_a^b f(x)\,dx,$$

se calcule grâce à une **primitive**, et ne représente une aire ordinaire que lorsque la fonction reste positive sur l’intervalle.

Le lien entre intégrale, primitive et dérivée

Si F est une **primitive** de f sur un intervalle, alors $F'(x) = f(x)$. C’est le point clé. Par conséquent, pour calculer une **intégrale** entre a et b, on cherche une primitive F de f, puis on applique la formule

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a).$$

Cette égalité relie trois idées du programme : la dérivée, la primitive et l’aire algébrique. Elle permet un calcul exact, sans lecture graphique approximative.

Dans le cas scolaire le plus simple, la **dérivée d’une intégrale** se lit ainsi : si l’on définit une fonction par

$$G(x) = \int_a^x f(t)\,dt,$$

alors G est une primitive de f, donc $G'(x) = f(x)$. Retenez bien la logique : intégrer puis dériver redonne la fonction de départ, *à condition* que la borne du haut soit x et que f soit continue sur l’intervalle étudié. En revanche, si les deux bornes sont fixes, comme dans $\int_1^3 f(x)\,dx$, le résultat est un nombre. Sa dérivée n’a donc pas de sens.

Calculer une intégrale (1) -Terminale — Yvan Monka

Comment lire une intégrale sur un graphique sans te tromper

Sur un graphique, une intégrale entre a et b se lit comme une **aire algébrique**. Les zones situées au-dessus de l'**axe des abscisses** comptent positivement. Celles qui sont en dessous comptent négativement. Si la **courbe** coupe l'axe, il faut souvent découper l'intervalle pour traiter correctement le *changement de signe*.

Au bac, l'erreur classique consiste à confondre **aire sous la courbe** et **intégrale signée**. Ce n'est pas la même lecture. Si f est une **fonction continue** sur $[a;b]$, alors $\int_a^b f(x)\,dx$ mesure un bilan : on ajoute ce qui est au-dessus de l'axe, on retranche ce qui est en dessous. Résultat : une intégrale peut être positive, nulle ou négative. Une aire géométrique, elle, reste positive. Si une zone vaut 3 au-dessus de l'axe et une autre vaut 2 en dessous, alors l'intégrale vaut $3-2=1$, tandis que l'aire totale vaut $3+2=5$. Voilà le point décisif. Sur un **graphique intégrale**, il faut donc lire des signes avant de compter des surfaces.

La méthode utile tient en **quatre gestes**. Tu repères d'abord l'intervalle $[a;b]$. Ensuite, tu observes le signe de f sur cet intervalle : la courbe reste-t-elle au-dessus, au-dessous, ou traverse-t-elle l'axe ? Troisième étape : tu découpes aux zéros de la fonction, c'est-à-dire aux abscisses où $f(x)=0$. C'est indispensable en cas de **changement de signe**. Enfin, tu interprètes le résultat final. Si toute la courbe est au-dessus, alors $\int_a^b f(x)\,dx$ correspond à l'aire géométrique. Si elle passe sous l'axe, tu raisonnes par différence. Une *intégrale exemple* simple : si la courbe est positive sur $[a;c]$ puis négative sur $[c;b]$, alors

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx,$$

avec le second terme souvent négatif.

Le comparatif à garder en tête est net. L'**aire géométrique** additionne des surfaces sans signe. L'**intégrale signée** traduit un bilan orienté. C'est pour cela qu'un dessin symétrique peut donner une intégrale nulle alors que l'aire totale n'est pas nulle. Cette logique rejoint l'idée de *Riemann* : on approche la surface par des **rectangles d'approximation**. Chaque rectangle prend le signe de la fonction. Au-dessus, il ajoute. En dessous, il retire. Même si tu ne calcules pas ainsi au bac, cette image aide beaucoup. Elle explique pourquoi l'intégrale n'est pas seulement une “surface”, mais une somme signée de petites contributions.

Lecture	Au-dessus de l’axe	En dessous de l’axe	Résultat final
Aire géométrique	positive	positive	toujours ≥ 0
Intégrale signée	positive	négative	peut être $\>0$, $=0$ ou $\<0$

Mon conseil de prof : sur chaque figure, note mentalement *plus* ou *moins* avant toute formule. C’est rapide. Et cela évite la plupart des erreurs. Si la courbe coupe l’axe, ne cherche pas à aller trop vite. Tu sépares, puis tu additionnes les intégrales partielles. C’est propre, lisible et très sûr le jour du bac.

Aire géométrique ou intégrale signée : le bon réflexe au bac

Réflexe immédiat : une **intégrale** additionne des aires *algébriques*, donc positives au-dessus de l’axe des abscisses et négatives au-dessous ; une **aire géométrique**, en revanche, compte tout en positif. Ainsi, si une courbe est parfaitement symétrique entre $-a$ et a , l’aire totale peut être non nulle alors que $\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0$.

Au bac, la question se lit mot à mot. Si l’énoncé demande de **calculer** $\int_{a}^{b} f(x)\,dx$, vous cherchez une valeur signée, quitte à obtenir 0 ou un nombre négatif. En revanche, s’il demande l’**aire du domaine** limité par la courbe et l’axe des abscisses, vous additionnez les morceaux en valeur positive, donc souvent en découpant aux changements de signe. Exemple classique : pour $f(x)=x$ sur $[-1;1]$, les deux zones ont même aire, chacune vaut $\frac{1}{2}$, mais elles se compensent et $\int_{-1}^{1} x\,dx = 0$. *Mot-clé décisif* : “aire” n’est pas “intégrale”.

Quelle est la formule de l’intégrale et comment la calculer en Terminale

En **Terminale**, la **formule de l’intégrale** à connaître est simple : si F est une **primitive** de f sur $[a;b]$, alors

$$\int_{a}^{b} f(x)\,dx = F(b) - F(a).$$

Pour réussir le **calcul intégrale**, repérez la fonction, choisissez une primitive correcte, gardez les bornes dans l’ordre, puis remplacez avec des parenthèses.

L’idée centrale de l’**intégrale formule** est la suivante : on ne calcule pas directement l’aire avec une recette géométrique, on passe par une primitive. Si $f(x)=x^2$ sur $[1;3]$, une primitive est $F(x)=\frac{x^{3}{3}$. On écrit alors $$\int_{1}^{3} x^{2}\,dx = \left[\frac{x^{3}{3}\right]_{1}^{3} = \frac{27}{3}-\frac{1}{3}=\frac{26}{3}.$ Laméthoderestestable.Pourunefonctionpolynomiale,onaugmentel'exposantpuisondivise.Pourunefonctionaffine,parexemple f(x)=2x+5 ,uneprimitiveest F(x)=x^{2}+5x .Pourunesomme,onchercheLaprimitivetermeàterme.Etpourl'exponentielle,casclassiqueduprogramme,laprimitivede e^{x} estencore e^{x}$, donc

$$\int_0^1 e^x\,dx = e - 1.$$

En classe, je conseille d'écrire toute la chaîne de calcul. Cela évite les pertes de signe.

La bonne routine tient en cinq gestes. Tu identifies d'abord la fonction à intégrer. Tu cherches ensuite une **primitive** adaptée. Tu poses la formule

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a).$$

Tu remplaces les bornes *sans sauter d'étape*. Enfin, tu simplifies proprement. Exemple avec une somme simple :

$$\int_{-1}^{2} (3x^2 - 4x + 1)\,dx.$$

Une primitive est $F(x) = x^3 - 2x^2 + x$. Donc

$$F(2) - F(-1) = (8 - 8 + 2) - (-1 - 2 - 1) = 2 - (-4) = 6.$$

Cette écriture protège des erreurs. Elle aide aussi à distinguer **intégrale calcul** et aire. Si la courbe passe sous l'axe des abscisses, l'intégrale peut être négative. L'aire, elle, reste positive. Sur un intervalle où $f(x) \le 0$, l'intégrale est signée. C'est un point fréquent au bac.

Erreur fréquente	Exemple	Correction
Oubli des parenthèses	$F(2) - F(-1) = 2 - 4$	Écrire $2 - (-4)$
Inversion des bornes	$F(a) - F(b)$	Respecter $F(b) - F(a)$
Confusion aire/intégrale	Résultat négatif jugé "faux"	L'intégrale est *signée*
Oubli du signe sur un intervalle négatif	$f(x)<0$ mais aire prise positive	Lire le graphe avant de calculer
Primitive fausse	Primitive de x^2 : $ \frac{x^{2}{2}$	La bonne primitive est $ \frac{x^{3}{3}$

Un bon **primitive exercice** consiste à vérifier ton résultat par dérivation : si tu proposes F, contrôle que $F'(x) = f(x)$. C'est rapide et très sûr. Le programme de Terminale s'arrête à ce cadre. En études supérieures, tu rencontreras d'autres objets, comme l'**intégrale de surface**, les **intégrales impropres** ou l'intégration au sens de *Lebesgue*. Ce n'est pas demandé ici. Pour le bac, retiens une règle : une primitive juste, des bornes bien ordonnées, et un calcul propre suffisent dans la plupart des cas.

3 mini-exercices corrigés pas à pas pour maîtriser l'intégrale

Pour progresser en **intégrale exercice**, traite toujours trois cas : calcul avec **primitive**, lecture d'aire sous une **courbe**, puis changement de signe par rapport à l'**axe des abscisses**. Cette *méthode intégrale* couvre l'essentiel de la **Terminale** et prépare efficacement au **bac**, car elle t'apprend à choisir l'outil juste et à sécuriser les signes.

Exercice 1. Calculer $I = \int_1^3 (2x+1)\,dx$. Ici, aucun piège graphique : on cherche une primitive. Une primitive de $2x+1$ est $F(x) = x^2 + x$. Le **corrigé intégrale** suit alors la règle de base :

$$I = F(3) - F(1).$$

On calcule $F(3) = 3^2 + 3 = 12$ puis $F(1) = 1^2 + 1 = 2$. Donc

$$I = 12 - 2 = 10.$$

Le résultat est un nombre réel, pas une longueur. Si la fonction est positive sur $[1;3]$, ce nombre coïncide avec une aire. Cet **intégrale exemple** est le plus classique en Terminale : repérer la fonction, trouver une primitive, puis évaluer aux bornes dans le bon ordre. L'erreur fréquente consiste à écrire $F(1) - F(3)$, ce qui change le signe et fait perdre des points alors que la méthode était correcte.

Exercice 2. On sait, par lecture graphique, que la courbe d'une fonction f reste au-dessus de l'**axe des abscisses** sur $[0;4]$, et que la surface délimitée avec cet axe vaut 6 unités d'aire. Déterminer $\int_0^4 f(x)\,dx$. Comme la fonction est **positive** sur tout l'intervalle, l'intégrale signée est égale à l'aire. On obtient donc directement

$$\int_0^4 f(x)\,dx = 6.$$

Cet exercice de lecture de **courbe** paraît simple, néanmoins il vérifie une idée décisive : une intégrale n'est pas toujours calculée avec une primitive. Par conséquent, si l'énoncé donne une aire ou un dessin, tu dois d'abord interpréter la situation. En Terminale, beaucoup d'élèves cherchent une formule inutilement. Ici, la bonne réponse vient du graphique seul, parce que toute la courbe reste du même côté de l'axe.

Exercice 3. On lit sur un graphique que, sur $[0;5]$, la courbe est au-dessus de l'axe sur $[0;2]$ avec une aire de 3, puis en dessous sur $[2;5]$ avec une aire de 5. Calculer $\int_0^5 f(x)\,dx$ et l'aire totale entre la courbe et l'axe. La bonne **méthode intégrale** consiste à découper l'intervalle au point où le signe change :

$$\int_0^5 f(x)\,dx = \int_0^2 f(x)\,dx + \int_2^5 f(x)\,dx.$$

Sur $[0;2]$, l'intégrale vaut 3. En revanche, sur $[2;5]$, la courbe est sous l'axe, donc l'intégrale vaut -5. Finalement,

$$\int_0^5 f(x)\,dx = 3 + (-5) = -2.$$

En revanche, l'aire totale vaut $3+5=8$. Voilà la distinction essentielle pour le **bac** : *intégrale signée* et aire ne coïncident plus quand la fonction change de signe. Retenez ce mini-bilan : si une fonction admet une primitive, calculez ; si un graphique est fourni, interprétez ; si le signe change, découpez. Avant une évaluation, vérifiez toujours ce point dans votre **intégrale tableau** de révision.

Corrigé express : les 4 questions à te poser avant de répondre

Avant de calculer, pose-toi **quatre questions** : faut-il utiliser une **primitive**, lire une valeur sur un graphique, **découper l'intervalle**, ou distinguer **aire** et intégrale signée ? Ce réflexe évite la plupart des erreurs au bac. Va droit au bon outil.

Si l'expression de f est donnée, pense à $\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$ avec une primitive F. Si tu as un dessin, repère les zones au-dessus et au-dessous de l'axe des abscisses : une partie peut compter négativement. Vérifie alors si l'on demande une *aire*, toujours positive, ou une intégrale, qui peut être nulle ou négative. Dernier test : si f change de signe sur $[a;b]$, coupe l'intégrale aux points où $f(x)=0$. C'est souvent là que tout se joue. Une minute de vérification, beaucoup de points gagnés.

intégrale définition

En mathématiques, une intégrale est un outil qui permet de calculer une aire, une accumulation ou une grandeur totale à partir d'une fonction. Sur un intervalle, l'intégrale définie de f entre a et b mesure la somme continue des valeurs de f. Elle est étroitement liée à la primitive et au théorème fondamental de l'analyse.

Qu'est-ce que ça veut dire intégral ?

Le mot « intégral » signifie « complet, entier, sans coupure ni suppression ». Selon le contexte, il peut désigner une œuvre publiée dans sa totalité, un texte non abrégé, ou en mathématiques ce qui relève de l’intégration. Le sens précis dépend donc de la discipline, mais l’idée centrale reste celle de totalité.

Comment calculer la dérivée d'une intégrale ?

Si F(x) = ∫ de a à x f(t) dt, alors, sous des hypothèses usuelles de continuité, on a F’(x) = f(x). C’est le théorème fondamental de l’analyse. Si les bornes dépendent de x, on applique aussi la dérivation des bornes : par exemple, pour une intégrale entre u(x) et v(x), on utilise la règle de Leibniz.

C'est quoi un texte intégral ?

Un texte intégral est un texte présenté dans sa version complète, sans coupure, résumé ni adaptation. En contexte scolaire, cela s’oppose souvent à l’extrait. Lire une œuvre ou un passage en intégral permet de mieux saisir la progression, le style, les nuances et l’intention de l’auteur dans son ensemble.

Comment se faire l'intégrale ?

Dans l’usage familier, « se faire l’intégrale » signifie souvent lire, regarder ou écouter une œuvre dans son intégralité : par exemple l’intégrale d’un auteur, d’une série ou d’un album. Il suffit donc d’en parcourir l’ensemble, sans sélection partielle. En mathématiques, l’expression correcte serait plutôt « calculer une intégrale ».

Quelle est la formule de l'intégrale ?

La formule la plus courante est ∫a^b f(x) dx = F(b) - F(a), où F est une primitive de f. Elle permet de calculer une intégrale définie à partir d’une primitive. Pour une intégrale indéfinie, on écrit ∫ f(x) dx = F(x) + C, où C est une constante réelle.

Comment faire une intégration ?

Pour faire une intégration, on cherche d’abord si la fonction admet une primitive connue. Sinon, on utilise une méthode adaptée : changement de variable, intégration par parties, décomposition en éléments simples ou lecture géométrique. Pour une intégrale définie, on calcule ensuite la primitive aux bornes et on fait la différence F(b) - F(a).

Comment calculer une intégrale de surface ?

Une intégrale de surface sert à additionner une grandeur sur une surface, par exemple une densité. On paramètre la surface ou on utilise une équation adaptée, puis on intègre la fonction en tenant compte de l'élément de surface. En pratique, on écrit souvent une intégrale double avec un facteur géométrique lié à la surface considérée.

Retenir l'essentiel aide vraiment : une intégrale est une accumulation, elle se calcule souvent avec une primitive, et elle ne coïncide avec une aire que si la fonction est positive sur l'intervalle. Avant chaque exercice, vérifie donc le signe de la fonction, les bornes et l'unité de sens du résultat. Si tu t'entraînes avec ce réflexe, tu éviteras les erreurs les plus fréquentes et tu gagneras en sûreté au bac.