Lycée Condorcet

Comment reconnaître une parabole en maths et retrouver son équation

Comprends la parabole en maths : cours de Première, exercices à étoiles, correction détaillée et PDF à imprimer pour t'entraîner.

Éducation lycée — méthodes, fi

Première

En Première, une parabole est la courbe représentative d'une fonction polynôme du second degré f(x)=ax²+bx+c avec a≠ 0. Elle a une forme de U, un axe de symétrie et un sommet. Le signe de a donne l'orientation : branches vers le haut si a>0, vers le bas si a<0.

Trois points suffisent pour fixer une parabole, mais celui d'abscisse 0 t'épargne la moitié des calculs : tu lis c directement et le système se réduit à deux équations. Tu vas repérer ce raccourci, situer le sommet sans confondre abscisse et ordonnée, puis t'entraîner sur huit exercices corrigés.

Une parabole en maths : définition, équation et vocabulaire

Prénom : _____ Date : _____

Objectif : reconnaître une parabole, lire son sommet et retrouver son équation.

Dans le chapitre « Fonction polynôme du second degré et parabole », **une parabole est la courbe représentative d'une fonction f(x)=ax²+bx+c avec a≠ 0**. Ses deux branches sont symétriques autour d'un axe. Si a>0, elles montent et le sommet est un minimum. Si a<0, la parabole est inversée et le sommet est un maximum. Minimum et maximum sont deux extremums.

Cette forme sert vraiment : une **antenne parabolique** concentre les ondes en un seul point, et la trajectoire d'un ballon lancé s'en approche. Ne la confonds pas avec la *conique* y²=2px, étudiée plus tard, ni avec l'*hyperbole*, qui a deux morceaux séparés, comme la courbe de x ↦ 1/x.

Avant de commencer, vérifie que tu sais :

- calculer une image f(a) ;
- développer un carré comme $(x-2)^2$;
- résoudre une équation du premier degré.

Lire une parabole : sommet, axe de symétrie et extremum

Prends $f(x)=x^2-4x+3$, avec a=1 et b=-4. **L'abscisse du sommet** vaut $\alpha=-b/(2a)=4/2=2$. Son ordonnée est $\beta=f(2)=4-8+3=-1$. Le sommet est donc S(2 ; -1), l'axe de symétrie est la droite x=2 et, comme a>0, le minimum vaut -1. Un tableau de valeurs confirme la symétrie.

x	0	1	2	3	4
f(x)	3	0	-1	0	3

Les images se répètent de part et d'autre de x=2. Pour $g(x)=-x^2+2x+3$, on trouve $\alpha=1$, puis $\beta=g(1)=2+3-1=4$. Comme $a=-1<0$, le maximum est 4, atteint en x=1.

L'erreur classique consiste à dire que l'abscisse du sommet vaut -1 dans le premier exemple : c'est son ordonnée. L'autre piège est **le signe moins** de $-b/(2a)$. Avec b=-4, l'oublier donne -2 au lieu de 2.

Trouver l'équation d'une parabole à partir de trois points

Regarde d'abord si l'un des points a pour abscisse 0. **Ce point donne c directement**, car f(0)=c. Voici la marche à suivre.

1. Pose $f(x)=ax^2+bx+c$.
2. Remplace x et f(x) par les coordonnées de chaque point : une équation par point.
3. Résous en partant du point d'abscisse 0, qui fournit c, puis les deux équations en a et b.
4. Contrôle ta fonction en calculant l'image d'un des points : elle doit redonner son ordonnée.

Prenons A(0 ; 1), B(1 ; 0) et C(2 ; 3). Le point A donne c=1. Le point B donne a+b+1=0, soit a+b=-1. Le point C donne 4a+2b+1=3, soit 2a+b=1. En soustrayant les deux équations, on obtient a=2, puis b=-3. Donc f(x)=2x²-3x+1, et f(1)=0 comme f(2)=3 le confirment.

Si le sommet est donné, la *forme canonique* a(x-α)²+β est plus rapide : un seul autre point suffit pour trouver a. Dernier réflexe : **la vérification**. Sans elle, une faute de calcul sur a ou b passe inaperçue.

Les interrogations courantes

Qu'est-ce qu'une parabole en mathématiques ?

C'est la courbe représentative d'une fonction polynôme du second degré f(x)=ax²+bx+c, avec a≠0. Elle a la forme d'un U, un axe de symétrie et un sommet. Le signe de a indique si les branches montent ou descendent.

Quelle est l'équation d'une parabole ?

La forme développée est y=ax²+bx+c. La forme canonique y=a(x-α)²+β montre directement le sommet (α ; β). Ne la confonds pas avec la conique y²=2px.

Comment trouver l'extremum d'une parabole ?

Calcule l'abscisse du sommet α=-b/(2a), puis son ordonnée β=f(α). L'extremum est β : un minimum si a>0, un maximum si a<0. Pour x²-4x+3, on trouve α=2 et un minimum égal à -1.

Comment trouver l'équation d'une parabole avec trois points ?

Écris f(x)=ax²+bx+c, puis une équation par point. Si un point a pour abscisse 0, son ordonnée donne c. Résous ensuite le système en a et b, puis vérifie avec un point.

Comment déterminer l'équation d'une parabole dont on connaît le sommet ?

Écris f(x)=a(x-α)²+β avec les coordonnées du sommet, puis utilise un autre point pour trouver a. Avec S(2 ; -1) et le point (0 ; 3) : 3=4a-1, donc a=1 et f(x)=(x-2)²-1.

Comment tracer une parabole en maths ?

Calcule le sommet et trace l'axe x=α. Dresse un tableau de valeurs avec quelques abscisses de part et d'autre. Place les points, symétriques deux à deux, puis relie-les par une courbe lisse en forme de U.

Continue sur lycee-condorcet.fr

Lycée Condorcet - Document pédagogique