

Suite arithmético-géométrique : méthode simple et exercices

Reconnais, résous et rédige une suite arithmético-géométrique avec la bonne méthode, les cas limites et des réflexes utiles pour le bac.

Éducation lycée — méthodes, fi

Mis à jour le 29 avril 2026

Une suite arithmético-géométrique vérifie en général une relation du type $u(n+1)=a \cdot u(n)+b$. Pour la résoudre, on repère d'abord les cas particuliers, puis on cherche souvent le point fixe afin de transformer la suite en suite géométrique.

Tu lis $u(n+1)=0,8u(n)+3$ et tu hésites : formule explicite, suite géométrique, ou autre méthode ? C'est exactement le type de doute que je vois souvent en Première, en Terminale, puis encore en début de CPGE. Le bon réflexe ne consiste pas à réciter une formule, mais à diagnostiquer la forme de la récurrence. Quand ce diagnostic est juste, la résolution devient beaucoup plus claire, et la rédaction attendue au bac aussi. L'objectif est donc simple : reconnaître vite la situation, éviter les erreurs classiques et choisir une méthode fiable, y compris dans les cas limites souvent oubliés.

En bref : les réponses rapides

Comment trouver le point fixe d'une suite arithmético-géométrique ? — On cherche un réel α vérifiant $\alpha=a \cdot \alpha+b$. Si $a \neq 1$, on obtient $\alpha=b/(1-a)$, puis on étudie $u_n-\alpha$.

Que se passe-t-il si $a=1$ dans $u(n+1)=a \cdot u(n)+b$? — La récurrence devient $u(n+1)=u(n)+b$. La suite n'est plus arithmético-géométrique au sens usuel de la méthode par point fixe : c'est une suite arithmétique.

Comment étudier la limite d'une suite arithmético-géométrique ? — On regarde surtout la puissance a^n après translation par le point fixe. Si $|a|<1$, la suite converge vers le point fixe ; sinon, il faut discuter selon le cas.

Comment vérifier rapidement sa formule explicite ? — Il suffit de recalculer deux ou trois premiers termes avec la formule trouvée et de vérifier qu'ils coïncident avec la relation de récurrence.

Reconnaître une suite arithmético-géométrique et choisir la bonne méthode

Réponse rapide : une **suite arithmético-géométrique** vérifie le plus souvent une relation de **réurrence** de la forme $u_{n+1} = au_n + b$. Le bon réflexe consiste à lire *exactement* cette forme, puis à tester les cas particuliers : **cas** $a = 1$, **cas** $b = 0$, ou recherche d'un **point fixe**. Selon le cas, on traduit la suite, on reconnaît une suite géométrique, ou on introduit une **suite auxiliaire**.

Pour **reconnaître une suite**, regarde ce qui relie deux termes consécutifs. Si $u_{n+1} = u_n + r$, la suite est **arithmétique**. Si $u_{n+1} = qu_n$, c'est une **suite géométrique**. Si les deux apparaissent ensemble, sous la forme $u_{n+1} = au_n + b$ avec $a \neq 1$ et $b \neq 0$, tu es face à une **suite arithmético géométrique**. La difficulté ne vient pas de la définition, mais du choix de méthode. En lycée, beaucoup d'erreurs viennent d'une lecture trop rapide : on applique une formule géométrique alors qu'il y a un terme constant, ou on cherche un point fixe alors que le **cas** $a = 1$ transforme la suite en suite arithmétique simple. Lis la récurrence avant tout calcul.

Le réflexe central est de chercher si la relation peut se réécrire autour d'un **point fixe** ℓ vérifiant $\ell = a\ell + b$. Quand $a \neq 1$, on obtient

$$\ell = \frac{b}{1-a}.$$

On pose alors souvent $v_n = u_n - \ell$, et la nouvelle suite vérifie $v_{n+1} = av_n$. Elle devient géométrique. C'est la méthode standard, très attendue au bac, car elle permet de calculer le terme général, d'étudier le sens de variation et la limite. Mais certains cas changent tout. Si $b = 0$, la suite est déjà géométrique. Si $a = 1$, la relation devient $u_{n+1} = u_n + b$: la suite est arithmétique. Si $a = -1$, les signes alternent ; la formule reste possible, mais il faut être vigilant sur les variations et la limite, souvent inexistante.

Forme de la récurrence	Méthode à utiliser	Erreur fréquente	Correction attendue
$u_{n+1} = u_n + b$	Suite arithmétique	Chercher un point fixe	Écrire directement $u_n = u_0 + nb$
$u_{n+1} = au_n$	Suite géométrique	Ajouter un terme constant fictif	Écrire $u_n = u_0 a^n$
$u_{n+1} = au_n + b$, $a \neq 1$	Translation par le point fixe	Oublier $\ell = \frac{b}{1-a}$	Poser $v_n = u_n - \ell$
$u_{n+1} = -u_n + b$			

Forme de la récurrence	Méthode à utiliser	Erreur fréquente	Correction attendue
	Suite auxiliaire ou point fixe	Conclure trop vite sur la limite	Étudier l'alternance des termes

Erreurs fréquentes : confondre **suite géométrique** et suite arithmético-géométrique dès qu'un coefficient apparaît ; oublier que le **cas** $a = 1$ supprime toute translation utile ; écrire un point fixe faux en résolvant $\ell = a\ell + b$; conclure à une limite sans tenir compte de $|a|$; négliger le tableur, alors qu'il aide à conjecturer le comportement des premiers termes.

Cette lecture de la **récurrence** correspond exactement aux attendus du **programme officiel** et des ressources **Eduscol** : modéliser une situation, obtenir un terme général, interpréter une évolution, étudier une limite et utiliser le tableur pour observer une dynamique. En pratique, si $a \in]-1; 1[$, la suite traduite v_n tend vers 0, donc u_n tend vers le point fixe. Si $a \geq 1$, la croissance peut être rapide. Si $a = -1$, le tableur montre souvent une oscillation que le calcul confirme. Cette méthode est fiable au lycée et prépare déjà les raisonnements de *CPGE*, où la bonne variable auxiliaire fait gagner un temps précieux.

Calculer le terme général sans se tromper : méthode complète et cas limites

Pour obtenir le **terme général** d'une suite définie par $u_{n+1} = au_n + b$, on cherche souvent le **point fixe** α tel que $\alpha = a\alpha + b$. On pose ensuite la **suite auxiliaire** $v_n = u_n - \alpha$: alors $v_{n+1} = av_n$, donc v_n est géométrique. Cette méthode donne la *formule suite arithmético-géométrique en fonction de* n , avec adaptation si $a = 1$ ou $b = 0$.

La rédaction attendue au bac est très stable, et elle rassure le correcteur. Écris : « On cherche un réel α tel que $\alpha = a\alpha + b$ ». Si $a \neq 1$, cette équation de **fonction affine** admet un unique point fixe :

$$\alpha = \frac{b}{1-a}.$$

On pose alors $v_n = u_n - \alpha$. Le calcul est bref, mais il faut le montrer proprement :

$$v_{n+1} = u_{n+1} - \alpha = au_n + b - \alpha = a(u_n - \alpha) + (a\alpha + b - \alpha).$$

Or $\alpha = a\alpha + b$, donc $a\alpha + b - \alpha = 0$, d'où

$$v_{n+1} = av_n.$$

La suite (v_n) est donc géométrique de raison a , et

$$v_n = v_0 a^n = (u_0 - \alpha) a^n.$$

Par conséquent,

$$u_n = \alpha + (u_0 - \alpha) a^n.$$

C'est la forme la plus sûre pour une **suite arithmético-géométrique en fonction de**

$$n$$

Les **cas limites** changent la méthode, donc il faut les isoler. Si $a = 1$, la relation devient $u_{n+1} = u_n + b$: ce n'est plus une suite arithmético-géométrique au sens usuel, mais une suite arithmétique, de raison b , et

$$u_n = u_0 + nb.$$

Si $b = 0$, on a $u_{n+1} = au_n$: la suite est directement géométrique, de raison a , donc

$$u_n = u_0 a^n.$$

Si $a = -1$, beaucoup d'élèves se trompent sur les variations, car les signes alternent. On obtient alors, si $b \neq 0$, le point fixe

$$\alpha = \frac{b}{2},$$

puis

$$u_n = \frac{b}{2} + \left(u_0 - \frac{b}{2}\right)(-1)^n.$$

La formule est correcte, mais l'étude de la monotonie devient délicate : une alternance n'autorise ni croissance ni décroissance globale.

Mini-exemple. Soit $u_{n+1} = 3u_n + 4$ avec $u_0 = 2$. On cherche α tel que $\alpha = 3\alpha + 4$, donc

$$\alpha = -2.$$

On pose $v_n = u_n + 2$. Alors

$$v_{n+1} = 3v_n,$$

donc $v_n = v_0 3^n = 4 \cdot 3^n$. Finalement,

$$u_n = 4 \cdot 3^n - 2.$$

La méthode tient en trois lignes nettes : *point fixe, suite auxiliaire*, puis retour à u_n . C'est exactement ce qu'on attend pour trouver le **terme général** sans faute de structure ni oubli de justification.

Bonus du prof

Vérifie toujours la formule en recalculant u_0 , u_1 et u_2 .
Un **tableur** aide aussi : saisis la récurrence, compare les valeurs numériques avec la formule explicite, puis repère vite une erreur de signe sur a^n ou sur a^n .

[EM#2] Suites arithmético-géométriques (Démonstration) — Øljen – Les maths en finesse

Somme, limite, sens de variation : ce qu'il faut vraiment savoir pour le bac

Au bac, on te demande souvent trois prolongements : **suite arithmético-géométrique**, **somme**, **limite** et **sens de variation**. Dès que tu as posé $v_n = u_n - \alpha$ avec $\alpha = \frac{b}{1-a}$ si $a \neq 1$, tout devient plus lisible : v_n est géométrique, la **somme des premiers termes** se décompose, et la **limite suite arithmético-géométrique** dépend presque entièrement de la valeur absolue de a .

Pour la somme, inutile de refaire tout le chapitre. Si $u_n = v_n + \alpha$ et $v_n = v_0 a^n$, alors

$$\sum_{k=0}^n u_k = \sum_{k=0}^n v_k + (n+1)\alpha.$$

Tu ramènes donc la question à une somme géométrique classique :

$$\sum_{k=0}^n v_k = v_0 \sum_{k=0}^n a^k.$$

Si $a \neq 1$, cela donne $\sum_{k=0}^n u_k = v_0 \frac{1-a^{n+1}}{1-a} + (n+1)\alpha$. Si $a = 1$, la récurrence devient $u_{n+1} = u_n + b$, donc $u_n = u_0 + nb$: on est sur une suite arithmétique, pas sur un vrai cas mixte. En **modélisation**, ce schéma apparaît dans une épargne avec versement fixe, un abonnement avec frais constants, ou une température corrigée chaque jour d'un même décalage.

Pour la **convergence**, la logique tient en quatre cas. Si $|a| < 1$, alors $a^n \rightarrow 0$, donc $u_n \rightarrow 0$ et $u_n \rightarrow \alpha$: la suite converge vers le *point fixe*. Si $a = 1$, alors $u_n = u_0 + nb$; la limite vaut $+\infty$, $-\infty$ ou n'existe pas au sens fini selon le signe de b , et la suite est constante si $b = 0$. Si $a = -1$, on obtient souvent une alternance : $u_n = u_0(-1)^n$, donc pas de limite sauf si $u_0 = 0$, c'est-à-dire si $u_0 = \alpha$. Enfin, si $|a| > 1$, le terme a^n explose en valeur absolue ; la suite diverge, sauf réglage initial très particulier, encore une fois $u_0 = \alpha$, qui force alors $u_n = \alpha$ pour tout n .

À retenir

$u_n = v_n + \alpha$ simplifie tout ; si $|a| < 1$, la limite vaut α ; si $a = 1$ ou $a = -1$, traite le cas à part ; si $u_0 = \alpha$, la suite peut devenir constante, même quand $|a| > 1$.

Le **sens de variation** ne se lit pas seulement sur le signe de a . Il faut souvent étudier $u_{n+1} - u_n$:

$$u_{n+1} - u_n = (a-1)u_n + b.$$

Après translation, c'est plus net :

$$u_{n+1} - u_n = (a-1)v_n.$$

Le signe dépend donc de $(a-1)$ et de $v_n = u_n - \alpha$. Si $0 < a < 1$, le facteur $(a-1)$ est négatif : une suite au-dessus de α décroît vers α , une suite en dessous croît vers α . En revanche, si $a < 0$, l'alternance empêche souvent toute monotonie. Côté rédaction, évite trois pièges : annoncer une limite sans justifier a^n , confondre la convergence de v_n avec celle de u_n , et oublier le cas spécial $u_0 = \alpha$, décisif dans plusieurs exercices de bac.

3 exercices contextualisés niveau bac, avec résolution commentée pas à pas

Le meilleur entraînement consiste à traiter des situations concrètes. Voici **trois exercices type bac** sur une **épargne**, une **population** et une **température**. Chaque solution montre la reconnaissance de la récurrence, le choix de la méthode, la rédaction attendue, puis l'interprétation du résultat, exactement dans l'esprit d'un *suite arithmético-géométrique exercice corrigé*.

Exercice 1. Un élève place 500 € au départ, puis verse 200 € chaque fin d'année sur un compte rémunéré à 3% . On note u_n le capital après n années, avec $u_0 = 500$ et $u_{n+1} = 1,03u_n + 200$. La forme est bien **affine** : $u_{n+1} = au_n + b$ avec $a = 1,03$ et $b = 200$. On cherche le point fixe L tel que $L = 1,03L + 200$, donc $L = -\frac{200}{0,03} = -\frac{20000}{3}$. On pose alors $v_n = u_n - L$, d'où $v_{n+1} = 1,03v_n$; ainsi (v_n) est géométrique. Donc

$$u_n = L + (u_0 - L) \times 1,03^n = -\frac{20000}{3} + \left(500 + \frac{20000}{3}\right)1,03^n.$$

Vérification rapide : $u_1 = 1,03 \times 500 + 200 = 715$. La rédaction modèle tient en une phrase nette : “On introduit la suite $v_n = u_n - L$, où L est la solution de $L = 1,03L + 200$, afin de transformer la récurrence affine en récurrence géométrique.” Si l'on veut savoir quand le capital dépasse 3000 €, on résout ensuite $u_n \geq 3000$. Erreur fréquente : oublier que le versement fixe intervient *après* la multiplication, ou confondre somme d'épargne et terme général.

Exercice 2. Une réserve naturelle compte 120 animaux au départ. Chaque année, 80% survivent et 30 nouveaux individus sont introduits. On a $u_0 = 120$ puis $u_{n+1} = 0,8u_n + 30$. C'est un classique d'**exercice suite arithmético-géométrique**. On cherche la limite éventuelle en résolvant $L = 0,8L + 30$, soit $L = 150$. En posant $v_n = u_n - 150$, on obtient $v_{n+1} = 0,8v_n$, donc

$$u_n = 150 + (120 - 150) \times 0,8^n = 150 - 30 \times 0,8^n.$$

Les premiers termes confirment le sens de variation : $u_1 = 126$, puis $u_2 = 130,8$. Comme $0 < 0,8 < 1$, on a $0,8^n \rightarrow 0$, donc $u_n \rightarrow 150$. Conclusion interprétée : la **population** se stabilise à long terme autour de 150 **individus**. Au **bac**, cette phrase compte autant que le calcul. Erreur typique : écrire que la limite vaut 30 parce que c'est l'apport annuel. Non : 30 est le terme constant, pas l'état d'équilibre.

Exercice 3. Un dispositif corrige une **température** toutes les minutes. Le modèle est $\theta_0 = 20$ puis $\theta_{n+1} = -0,5\theta_n + 30$, où θ_n est la température en °C. Ce cas est

moins standard, car $a \neq 0$. On calcule le point fixe : $L = -0,5L + 30$, donc $L = 20$. En posant $v_n = u_n - 20$, on obtient $v_{n+1} = -0,5v_n$. Ainsi,

$$u_n = 20 + (u_0 - 20) \times (-0,5)^n.$$

Ici, comme $u_0 = 20$, tous les termes valent déjà 20. Pour voir l'effet du coefficient négatif, prenez mentalement $u_0 = 24$: les termes oscillent autour de 20, mais l'amplitude décroît car $|-0,5| < 1$. C'est un bon *suite arithmético-géométrique exemple*, utile aussi en **CPGE**, même si en *khâgne* on rencontre surtout ces suites dans des contextes plus abstraits. Erreur fréquente : croire qu'un coefficient négatif empêche toute limite. En revanche, si $a < 1$, la suite converge bien vers le point fixe. Voilà un vrai *suite arithmético-géométrique exercice corrigé prépa* sans lourdeur inutile.

À retenir

Dès que la récurrence s'écrit $u_{n+1} = au_n + b$, cherchez le point fixe $L = \frac{b}{1-a}$ si $a \neq 1$, puis posez $v_n = u_n - L$. Toute la méthode repose sur cette translation.

Méthode de rédaction qui rapporte des points

Au bac, une rédaction efficace tient en six gestes : repérer la forme $u_{n+1} = au_n + b$, chercher le **point fixe** ℓ tel que $\ell = a\ell + b$, poser $v_n = u_n - \ell$, prouver que $v_{n+1} = av_n$, puis écrire $v_n = v_0 a^n$ et enfin retrouver u_n . C'est court, propre et très rentable.

Vous pouvez presque reprendre toujours le même canevas. Écrivez d'abord : « La suite vérifie $u_{n+1} = au_n + b$; c'est une **suite arithmético-géométrique**. » Puis : « On cherche un réel ℓ tel que $\ell = a\ell + b$. » Si $a \neq 1$, on obtient $\ell = \frac{b}{1-a}$. Posez alors la **suite auxiliaire** $v_n = u_n - \ell$. La ligne décisive doit être rédigée sans saut logique :

$$v_{n+1} = u_{n+1} - \ell = au_n + b - \ell = a(u_n - \ell) = av_n.$$

Vous concluez : « (v_n) est géométrique de raison a », donc $v_n = v_0 a^n$, avec $v_0 = u_0 - \ell$. Enfin, revenez à la suite initiale :

$$u_n = \ell + (u_0 - \ell)a^n.$$

Terminez par une phrase d'interprétation : si $|a| < 1$, alors u_n se rapproche de ℓ ; en revanche, si $a = 1$, la méthode change, et si $b = 0$, la suite est directement géométrique.

Vérifier ses résultats et éviter les fautes classiques le jour du contrôle

Avant de rendre, refaites un contrôle rapide : trouvez le **point fixe** $\alpha = \frac{1}{1-q}$ si $q \neq 1$, recalculez deux ou trois termes, testez la valeur initiale, puis vérifiez que la limite annoncée correspond bien à α . Beaucoup d'**erreurs fréquentes suite arithmético-géométrique** viennent d'une confusion entre u_n et la suite auxiliaire v_n .

La vérification la plus sûre tient en quatre gestes. D'abord, contrôlez le signe de $\alpha = \frac{1}{1-q}$: une erreur sur $1-q$ fausse tout, surtout si q est négatif. Ensuite, assurez-vous d'avoir bien posé $v_n = u_n - \alpha$ et non $v_n = u_n + \alpha$, car oublier de soustraire α empêche de retrouver une suite géométrique. Puis relisez l'indice initial : entre u_0 et u_1 , une seule ligne mal copiée change la formule explicite. Enfin, si vous utilisez une somme, vérifiez que la formule choisie correspond bien au premier indice et au nombre de termes. Pour **vérifier une suite**, je conseille toujours de remplacer votre expression finale dans la relation de récurrence sur un ou deux rangs. C'est court, et très efficace en **rédaction bac maths**.

La faute la plus visible au **Lycée**, c'est la conclusion de limite écrite trop vite. Si $v_n = (u_0 - \alpha)q^n$, la limite dépend du comportement de q^n : si $|q| < 1$, alors $v_n \rightarrow 0$; si $q = 1$, il n'y a plus de point fixe par cette méthode ; si $q = -1$, il faut étudier l'alternance ; si $|q| > 1$, la suite peut redevenir simplement géométrique. Écrivez toujours une phrase de justification, même brève. Une copie juste mais non justifiée perd des points. Pour vous entraîner, vous pouvez télécharger la **fiche méthode PDF**, les exercices corrigés et l'entraînement tableur du site. Pour sécuriser vos méthodes, consultez aussi le **programme officiel**, **Eduscol** et **Education.gouv.fr** : ce sont les références à citer ou à vérifier avant un contrôle. La FAQ qui suit répond justement aux blocages les plus courants.

Comment résoudre une suite géométrique ?

Pour résoudre une suite géométrique, je vérifie d'abord qu'on passe d'un terme au suivant en multipliant toujours par le même nombre q . On utilise alors la formule $u_n = u_0 \times q^n$, ou $u_n = u_1 \times q^{(n-1)}$ selon l'indice de départ. Ensuite, on remplace par les valeurs connues pour calculer le terme demandé.

Comment justifier qu'une suite est géométrique ?

Une suite est géométrique si le quotient de deux termes consécutifs est constant. Autrement dit, il existe un nombre q tel que, pour tout n , $u_{(n+1)} = q \times u_n$. Pour le justifier dans un exercice, je montre cette relation ou je prouve que $u_{(n+1)}/u_n = q$, avec q indépendant de n .

Comment exprimer une suite géométrique en fonction de n ?

Pour exprimer une suite géométrique en fonction de n , on part de son premier terme et de sa raison q . Si la suite commence à u_0 , alors $u_n = u_0 \times q^n$. Si elle commence à u_1 , alors $u_n = u_1 \times q^{(n-1)}$. Cette écriture donne directement le terme général.

Comment calculer une suite Arithmético géométrique ?

Une suite arithmético-géométrique vérifie en général $u_{(n+1)} = a u_n + b$. Pour la calculer, je cherche d'abord la valeur fixe l telle que $l = a l + b$, donc $l = b/(1-a)$ si $a \neq 1$. Puis j'étudie $v_n = u_n - l$: cette nouvelle suite est géométrique, ce qui permet d'obtenir une formule explicite.

Comment exprimer une somme en fonction de n ?

Pour exprimer une somme en fonction de n , il faut reconnaître le type de suite. Pour une suite arithmétique, on utilise la somme du premier et du dernier terme multipliée par le nombre de termes, puis divisée par 2. Pour une suite géométrique, j'emploie la formule $S_n = u_0(1-q^{(n+1)})/(1-q)$ si $q \neq 1$.

Comment justifier une suite Arithmético géométrique ?

Je justifie qu'une suite est arithmético-géométrique si je peux l'écrire sous la forme $u_{(n+1)} = a u_n + b$, avec a et b constants. Elle combine donc une multiplication par a et l'ajout d'un terme fixe b . Ce n'est ni une suite purement arithmétique ni purement géométrique, sauf cas particuliers.

Est-ce qu'une suite Peut-être arithmétique et géométrique ?

Oui, mais seulement dans des cas particuliers. Une suite peut être à la fois arithmétique et géométrique si elle est constante. En effet, si tous les termes sont égaux à un même nombre, la différence entre deux termes consécutifs est constante et le quotient aussi. C'est le cas le plus classique à retenir au lycée.

Comment définir une suite Arithmetico géométrique ?

Une suite arithmético-géométrique se définit par une relation de récurrence du type $u_{(n+1)} = a u_n + b$, où a et b sont des constantes. Elle généralise la suite géométrique, obtenue quand $b = 0$. Pour l'étudier, on la transforme souvent en suite géométrique grâce à un changement de variable bien choisi.

Retenir une suite arithmético-géométrique, ce n'est pas mémoriser une recette isolée : c'est savoir lire la récurrence $u_{(n+1)}=a \cdot u_{(n)}+b$, tester les cas particuliers, puis choisir la bonne transformation. Si tu prends l'habitude de chercher le point fixe et de vérifier si la suite auxiliaire devient géométrique, tu sécurises l'essentiel des exercices de niveau bac.

En entraînement, refais chaque exercice en rédigeant les étapes comme en devoir :
identification, méthode, calcul, conclusion.

Continue sur lycee-condorcet.fr

Lycée Condorcet - Document pédagogique