Lycée Condorcet

Les suites arithmétiques en Première : cours et exercices corrigés

Revois la définition, la raison et les formules, puis entraîne-toi avec des exercices corrigés. Télécharge le PDF à imprimer avec correction.

Éducation lycée — méthodes, fi

Première

Une suite arithmétique est une suite où l'on passe d'un terme au suivant en ajoutant toujours le même nombre r, appelé raison. Son terme général est $u_n = u_0 + n\,r$. Pour la prouver, montre que $u_{n+1} - u_n$ reste constant.

Entre u_3 et u_{12}, on ajoute la raison 9 fois, pas 10. Ce piège figure parmi les plus fréquents en Première, avec la confusion entre différence constante et rapport constant. Chaque corrigé donne le résultat puis une phrase pour comprendre pourquoi.

Suite arithmétique : définition, raison et formules à connaître

Objectif : reconnaître une suite arithmétique, donner sa raison, calculer un terme puis une somme.

Une **suite arithmétique** vérifie $u_{n+1} = u_n + r$. Le terme général s'écrit $u_n = u_0 + n\,r$, et plus généralement $u_n = u_p + (n - p)\,r$. Si la suite démarre à u_1, on n'ajoute que $n - 1$ fois la raison. Le signe de r fixe le sens de variation : croissante si $r > 0$, décroissante si $r < 0$, constante si $r = 0$.

Critère	Suite arithmétique	Suite géométrique
Passage au terme suivant	on ajoute r	on multiplie par q
Formule explicite	$u_n = u_0 + n\,r$	$v_n = v_0 \times q^n$

Critère	Suite arithmétique	Suite géométrique
Cinq premiers termes	3 ; 7 ; 11 ; 15 ; 19 ($u_0 = 3$, $r = 4$)	3 ; 6 ; 12 ; 24 ; 48 ($v_0 = 3$, $q = 2$)
Points dans un repère	alignés	non alignés (*sauf* si $q = 1$)

Pour trancher vite, compare les écarts puis les quotients de termes consécutifs : écart constant, arithmétique ; quotient constant, géométrique.

Prouver qu'une suite est arithmétique et calculer un terme

Un seul critère décide : la différence $u_{n+1} - u_n$ doit être un nombre **indépendant de n**.

1. Écris u_{n+1} en remplaçant n par n + 1 dans la formule donnée.
2. Forme la différence $u_{n+1} - u_n$.
3. Développe et simplifie jusqu'à obtenir un nombre sans n.
4. Conclus par une phrase : « La suite est arithmétique de raison r. »
5. Relève le premier terme, puis applique $u_n = u_0 + n\,r$.

Avec $u_n = 4n + 7$, la différence vaut 4 : la suite est arithmétique de raison 4. Avec $u_n = n^2$, elle vaut $2n + 1$ et dépend de n : la suite n'est pas arithmétique.

Pour un terme éloigné, $u_0 = 5$ et $r = 3$ donnent $u_{12} = 5 + 12 \times 3 = 41$. Avec deux termes connus, $r = (u_q - u_p) / (q - p)$: $u_2 = 9$ et $u_7 = 24$ donnent $r = 15 / 5 = 3$.

Erreur fréquente : vérifier deux ou trois termes ne prouve rien. La suite $u_n = 2n + n(n - 1)(n - 2)$ donne 0 ; 2 ; 4 pour n = 0 ; 1 ; 2, puis 12 pour n = 3. La conclusion doit porter sur un *n quelconque*.

Calculer la somme de termes sans se tromper sur le nombre de termes

Dans 2 + 5 + 8 +… + 62, y a-t-il vingt ou vingt et un termes ? La somme vaut **le nombre de termes × (premier terme + dernier terme) / 2**. De u_0 à u_n, il y a n + 1 termes. Ici, u_{20} = 62 : 21 termes, soit S = 21 × 64 / 2 = 672. Compter 20 termes mènerait à 640. Le bon réflexe : rang du dernier terme, moins rang du premier, plus 1.

Selon une anecdote attribuée au jeune Gauss, pour additionner 1 à 100, on associe 1 + 100,2 + 99, et ainsi de suite : cinquante paires de 101, soit 5050. La même idée donne 1 + 3 +… + 19 = 10 × 20 / 2 = 100, ou les poignées de mains entre 10 personnes, 0 + 1 +… + 9 = 45. La somme géométrique obéit à une autre formule.

Continue sur lycee-condorcet.fr

Lycée Condorcet - Document pédagogique